



## Document de travail

---

### INCIDENCE FISCALE DES RETRAITES PAR REPARTITION : UNE EXPLORATION ANALYTIQUE

N° 2005-03  
Mai 2005

Vincent Touzé

*OFCE*

[vincent.touze@sciences-po.fr](mailto:vincent.touze@sciences-po.fr)

**Observatoire Français des Conjonctures Économiques**

69, Quai d'Orsay 75340 Paris Cedex 07

Tel : 01 44 18 54 00 Fax : 01 45 56 06 15

E-mail: [ofce@ofce.sciences-po.fr](mailto:ofce@ofce.sciences-po.fr) Web: <http://www.ofce.sciences-po.fr>

# Incidence fiscale des retraites par répartition : une exploration analytique.

Vincent Touzé\*

2005-03  
Mai 2005

## Résumé

Cet article s'intéresse à l'incidence fiscale particulière induite par la retraite par répartition. Il s'agit de comprendre comment les logiques de financement et de versement de pensions affectent l'équilibre macroéconomique dans ses aspects transitoires et de long terme. Nous développons un modèle à générations imbriquées avec offre de travail endogène dans une économie avec capital productif. Le système de retraite finance des pensions à l'aide d'une cotisation prélevée sur les salaires. Une partie du montant de la pension retraite dépend de l'effort contributif de chaque salarié. La démarche retenue n'est pas numérique mais analytique. Les résultats concernent l'identification de l'état stationnaire et de la dynamique transitoire. On procède alors à une étude de sensibilité de la dynamique en fonction des modifications du système de retraite qu'elles concernent le taux de cotisation ou le degré de contributivité.

**Mots clés :** Retraite, fiscalité des revenus du travail, modèle à générations imbriquées. **Classification JEL :** D91, H55, J26.

---

\*OFCE (Fondation nationale des sciences politiques), THEMA et Institut d'études politiques de Lille. Adresse : OFCE, 69 quai d'Orsay, 75007 Paris. E-mail : vincent.touze@ofce.sciences-po.fr. Je tiens à remercier Antoine d'Autume, Jean-Charles Hourcade, Claire Loupias, Francesco Saraceno et Bertrand Wigniolle pour leurs très utiles commentaires ainsi que les participants au séminaire GIDE (Paris, décembre 2002), au congrès de l'AFSE (Paris, septembre 2003), au séminaire du CIRED (Paris, octobre 2003) et aux journées "générations imbriquées" (La Rochelle, novembre 2004). Bien entendu, les opinions exprimées, les erreurs ou les omissions n'engagent que moi.

## **Fiscal incidence of unfunded pension system : an analytical investigation**

This paper deals with the particular fiscal incidence induced by an unfunded pension system. That consists to understand how the financing and the calculus of pensions modify the transitory and long run macroeconomic dynamics. We develop an OLG model with endogenous labour supply in an economy with productive capital. A tax on the labour income is used to finance pensions. During the retirement, a part of the amount of the pension is exogenous and the other part is linked to the contributive effort during the working period. The method of analysis is not numerical but analytical. The results concern the identification of the steady state and the transitory dynamics. Then we proceed to a sensitive study of the dynamics with respect to changes of the payroll tax or the degree of contribution.

**Keywords :** retirement, labor income tax, OLG models. **JEL classification :** D91, H55, J26.

# 1 Introduction

Les nombreux travaux réalisés dans le domaine de la fiscalité intertemporelle -pour citer les principaux : voir notamment Chamley, 1981, 1985 et 1986 ; Chamley et Wright, 1987 ; Calvo et Obstfeld, 1988 ; Erosa et Gervais, 2002- ont examiné différentes formes d'incidence : coût de distorsion, incidence sur les comportements, fiscalité optimale et cohérence temporelle. En général, ces analyses limitent le champ d'étude de la fiscalité à la taxation des facteurs de production et de la consommation. Pourtant, parmi les principaux prélèvements obligatoires, le mode de financement des retraites par répartition constitue un mode de taxation à part, et le poids des cotisations est devenu, notamment avec le vieillissement de la population, des plus importants. Tous les pays développés envisagent ou ont déjà envisagé des réformes<sup>1</sup> tant certaines projections se montrent alarmistes. Le tableau ci-après basé sur des estimations de l'OCDE (cf. Dang *et al.*, 2001) montre l'importance du fardeau fiscal du financement des retraites par répartition pour différents pays de l'OCDE. Pour de nombreux pays, le taux de pression fiscale sur les salaires pourrait s'accroître de 50% voire doubler d'ici 2050.

Tableau 1 - Poids des retraites par répartition dans différents pays de l'OCDE

	Poids des dépenses de retraites publiques par répartition dans le PIB (1)		Part des salaires dans le PIB (2)	Poids sur les salaires = (1)/(2) * 100 (3)		
	2000	2050		2000	2050 (*)	Variation
Allemagne	10,8	14,9	54,2	19,9	27,5	38,0%
Autriche	14,5	17	51,9	27,9	32,8	17,2%
Belgique	10	13,3	51,3	19,5	25,9	33,0%
Danemark	10,5	13,3	53,3	19,7	25,0	26,7%
Espagne	9,4	17,3	50,1	18,8	34,5	84,0%
Finlande	11,3	15,9	47,9	23,6	33,2	40,7%
France	12,1	15,8	51,9	23,3	30,4	30,6%
Grèce	12,6	24,8	33,1	38,1	74,9	96,8%
Irlande	4,6	9	40,6	11,3	22,2	95,7%
Italie	13,8	14,1	40,6	34,0	34,7	2,2%
Luxembourg	7,4	9,3	47,3	15,6	19,7	25,7%
Pays-Bas	7,9	13,6	51,1	15,5	26,6	72,2%
Portugal	9,8	13,2	49	20,0	26,9	34,7%
Royaume-Uni	5,5	4,4	55,2	10,0	8,0	-20,0%
Suède	9	10,7	55,2	16,3	19,4	18,9%
Canada	5,1	10,2	51,9	9,8	19,7	100,0%
Etats-Unis	4,4	6,2	58,7	7,5	10,6	40,9%
Japon	7,9	8,5	54,5	14,5	15,6	7,6%

Sources : (1) et (2) = OCDE (2001) ; (3) = calculs de l'auteur.

(\*) Hypothèse de constance de la part des salaires

Le financement des retraites par répartition introduit une fiscalité particulière. Il peut s'assimiler à un impôt dans la mesure où des cotisations sont prélevées sur les salaires et que la pension peut être en partie forfaitaire (assimilable à une logique Beverigienne pure). Cependant, leur mode de calcul incorpore en général un degré de contributivité qui tend donc à relier le niveau de la pension reçue au montant des cotisations versées (assimilable à une logique Bismarckienne pure). La contributivité est un élément difficile à mesurer. Elle se traduit souvent dans la réalité par la définition d'un salaire de référence et par la validation d'une période de

<sup>1</sup>Pour un exposé assez général sur le sujet, on peut se reporter à Artus et Legros (1999).

cotisation, mais également, elle se trouve affaiblie parfois par la présence de logique redistributive intracohorte (minimum retraite). Par ailleurs, le rendement des cotisations "investies" dans un système par répartition n'étant pas le même que celui de l'épargne capitaliste, le manque à gagner (sous hypothèse d'efficience dynamique) peut également s'apparenter à une source de distorsion fiscale. Le financement des retraites par répartition s'apparente donc à une taxation particulière du facteur travail qu'il convient d'étudier dans au moins deux dimensions -le taux de prélèvement et le degré de contributivité-, mais aussi en termes d'impacts : en quoi la retraite par répartition modifie-t-elle les incitations à travailler et à épargner, et par voie de conséquence, l'équilibre macroéconomique ?

Dans ce papier, j'étudie l'incidence fiscale des pensions retraite dans une économie à générations imbriquées avec offre de travail endogène. Les principales études existantes ont été entreprises dans le seul cadre de simulations numériques<sup>2</sup> (pour des travaux précurseurs, voir Auerbach et Kotlikoff, 1987 ; pour des applications sur la France, on peut se reporter à Cazes *et al.*, 1994 ainsi qu'à Hairault et Langot, 2002 ; pour une analyse en termes de réforme fiscale du système de retraite, voir le travail fondateur de Kotlikoff, 1995). L'intérêt de recourir à une approche analytique est multiple. Elle peut permettre l'obtention de la solution exacte de l'équilibre intertemporel, dont on pourra étudier avec précision la sensibilité à des modifications du système fiscal. Le calcul analytique fournit aussi un moyen assez puissant et relativement simple pour illustrer ou pour analyser des résultats qui sont toujours obtenus dans le cadre de résolutions numériques mais dont le mérite essentiel est de fournir des solutions à des problèmes pour lesquels il est souvent impossible de connaître les solutions analytiques. Le modèle développé ici s'inscrit dans cette démarche. L'analyse de l'impact fiscal s'inspire de celle suivie par Chamley et Wright (1987) dans le cadre d'une taxation du capital dans une économie avec un actif foncier<sup>3</sup>, à ceci près que la dynamique n'est pas linéarisée mais étudiée dans sa globalité. Il s'agit de montrer comment la dynamique de l'économie se trouve modifiée suite à des variations de la taxation implicite des retraites.

La suite de l'article comprend trois sections. Dans une première partie, je présente le modèle. Il s'agit d'un modèle à générations imbriquées de ménages vivant deux périodes. L'originalité réside dans l'introduction d'un comportement d'offre de travail. L'économie considérée est une économie fermée avec un secteur productif et une administration publique qui finance des pensions retraite à l'aide d'un prélèvement sur les salaires. Dans la seconde partie, l'équilibre intertemporel est étudié. La configuration retenue garantit l'obtention et la détermination d'une trajectoire point-selle. Enfin, la dernière partie est précisément consacrée à l'incidence fiscale. L'examen se limite à l'incidence en termes positifs. Il s'agit de comprendre comment les comportements sont affectés par les changements des paramètres du système de retraite et de savoir comment est modifiée la trajectoire d'équilibre dans ses aspects transitoire et de long-terme.

## 2 Présentation du modèle

L'économie considérée est représentée par un modèle d'équilibre général dynamique à générations imbriquées<sup>4</sup> avec un comportement d'offre de travail endogène. Les premiers auteurs à

---

<sup>2</sup>Sur ce sujet, voir le *survey* de Le Cacheux et Touzé (2002).

<sup>3</sup>Mountford (2004) donne également un exemple d'analyse globale de l'incidence d'une taxe foncière dans une économie à la Chamley et Wright.

<sup>4</sup>Voir Allais (1947), Samuelson (1958), Diamond (1965) et Michel (1993).

s'intéresser véritablement, d'un point de vue analytique, à l'introduction de l'offre de travail dans le modèle à générations imbriquées sont Grandmont (1985) et Reichlin (1986). La configuration envisagée dans Grandmont (1985) est une économie sans capital productif. En revanche, Reichlin (1986) fournit une des premières études assez détaillées de la dynamique d'une économie à générations imbriquées avec capital productif et offre de travail endogène. Reichlin s'intéresse en particulier au rôle des politiques fiscales et budgétaires dans la résorption des cycles économiques provoqués par une instabilité dans les processus anticipatifs. L'apport majeur de Reichlin est dans ce cadre d'identifier les politiques fiscales contracycliques dont le seul effet d'annonce de mise en place automatique suffit à éliminer le cycle économique issu de l'instabilité dans les anticipations et donc de l'indétermination possible de l'équilibre intertemporel.

Concernant les propriétés des états stationnaires, on peut se reporter à une étude assez générale de Nourry (2001) ainsi qu'à celle de Cazavillan et Pintus (2002) qui fournit en plus une analyse en terme de bifurcation pour des dynamiques locales particulières.

Par ailleurs, Michel et Pestieau (2000) réalisent une jonction intéressante entre la notion d'offre de travail et celle de choix de départ à la retraite.

## 2.1 Les entreprises

Les entreprises produisent un bien unique qui peut être consommé ou stocké sous la forme d'un capital productif. La technologie de production emploie deux facteurs : le travail et le capital. On note  $N$  la taille de la population active,  $l$  la quantité de travail offerte par chaque travailleur et  $K$  le stock de capital. Comme toutes les entreprises sont identiques et utilisent une technologie à rendements d'échelle constants, il est possible d'agréger les productions optimales et de présenter la valeur ajoutée par tête sous la forme d'une fonction des agrégats par tête. On note  $Y = F(K, N \cdot l)$  la fonction de production totale et  $y = l \cdot f(x)$  la production par travailleur où  $x = \frac{K}{N \cdot l}$  désigne le ratio d'intensité capitaliste (volume de capital / volume de travail). Pour simplifier la résolution, le taux de dépréciation du capital est supposée unitaire.

Les entreprises sont en situation de concurrence pure et parfaite, et leurs comportements de maximisation du profit les conduisent alors, à l'équilibre général de l'économie, à rémunérer les facteurs de production à leurs productivités marginales. On note  $w$  le taux de salaire et  $R$  le taux de rendement du capital productif. On observe donc :  $R = f'(x)$  et  $w = f(x) - R \cdot x$ .

Dans la suite de l'article, j'adopterai une formulation de la technologie de production de type Cobb-Douglas :  $y = k^\theta$  où  $\theta$  est la part du capital.

## 2.2 L'administration publique

Le rôle de l'administration publique est réduit à une institution de retraite par répartition. Un taux de prélèvement  $\tau$  sur les salaires permet de financer des pensions. Le versement de la pension à l'âge de la retraite  $P^+$  est pour une part  $\lambda$  conditionnelle à l'effort fourni par le salarié pendant sa période d'activité. L'autre part  $(1 - \lambda)$  peut s'assimiler à un minimum vieillesse. Si on note  $\bar{l}$  l'offre moyenne de travail, la pension totale reçue est :  $(\lambda \cdot \bar{l} + (1 - \lambda)) \cdot P^+$ . Il n'y a ni déficit ni excédent public : les recettes fiscales financent les pensions retraite. Le taux de cotisation est supposé fixe et l'ajustement du montant de la pension permet d'équilibrer les finances publiques à chaque période. On observe donc la règle suivante d'ajustement du budget :

$$d \cdot P = \tau \cdot w \cdot l \quad (1)$$

où  $d$  est le taux de dépendance de la population âgée (ratio nombre de retraités/population active). Le taux de remplacement est supposé ici endogène et dépend de la fixation du taux de cotisation retraite.

### 2.3 Les ménages

Les ménages vivent deux périodes. La première période est consacrée au travail ( $l$ ) et à la consommation ( $c$ ). Chaque ménage perçoit un salaire net de cotisation sociale, en consomme une partie et épargne le reste ( $S$ ). La seconde période est une période d'inactivité et de consommation ( $z^+$ ). Chaque ménage consomme l'intégralité de ses revenus d'épargne ( $R^+ \cdot S$ ) et de pension retraite ( $P^+$ ). La fonction  $u(c, z^+, l)$  mesure le niveau de bien-être atteint pour un profil de consommations et de travail  $(c, z^+, l)$ . A des fins de simplicité de l'exposé et de recherche de résultats analytiques, la fonction d'utilité suivante est alors adoptée :

$$u(c, z^+, l) = c^{1-s} z^{+s} - v(l) \quad (2)$$

où  $v(l) = \beta \cdot \frac{l^{1+1/\varepsilon}}{1+1/\varepsilon}$  avec  $0 \leq s \leq 1$  et  $0 < \beta, \varepsilon$ . Cette fonction d'utilité décrit des niveaux séparables entre l'utilité retirée de la consommation et les désagréments provoqués par le temps ou l'effort consacré au travail. L'utilité retirée de la consommation pendant la vie est décrite par une fonction Cobb-Douglas homothétique. La désutilité du travail est une fonction de type CARA et elle est additive de l'utilité retirée de la consommation.

On note  $G = N/N^-$  le facteur de croissance démographique. Le taux de dépendance des plus âgés est alors égal à  $1/G$ .

La contrainte budgétaire intertemporelle s'écrit :

$$c + \frac{z^+}{R^+} = (1 - \tau) \cdot w \cdot l + \left( \lambda \cdot \frac{l}{l} + (1 - \lambda) \right) \cdot \frac{P^+}{R^+}. \quad (3)$$

A l'optimum, on observe les conditions suivantes du premier ordre :

$$\begin{cases} S : u'_c = R^+ \cdot u'_{z^+} \\ l : -u'_l = (1 - \tau) \cdot w \cdot u'_c + \lambda \cdot \frac{P^+}{l} \cdot u'_{z^+} \end{cases} \quad (4)$$

Elles résultent des habituels arbitrages entre les niveaux de consommations présente et future ainsi qu'entre l'offre de travail et la consommation. On remarque que seule l'offre de travail subit une distorsion puisque la rémunération marginale du travail n'est plus égale à sa productivité marginale. L'accumulation d'épargne ne subit pas une telle distorsion car le taux marginal de substitution entre les consommations présente et future est bien égal à la productivité marginale de l'épargne. Compte tenu des hypothèses de concavité formulées sur les fonctions de bien-être, les conditions du second ordre sont toujours vérifiées.

On en déduit l'offre d'épargne ainsi que l'offre de travail :

$$\begin{cases} S = s \cdot (1 - \tau) \cdot w \cdot l - (1 - s) \cdot \frac{P^+}{R^+} \\ l = v'^{-1} \left( \left( (1 - \tau) + \lambda \cdot \frac{P^+/R^+}{l \cdot w} \right) \cdot (1 - s)^{1-s} \cdot s^s \cdot R^{+s} \cdot w \right) \end{cases} \quad (5)$$

Dans la fonction d'épargne, le coefficient  $s$  s'interprète comme la propension marginale à consommer le revenu d'activité et le coefficient  $(1 - s)$  comme une propension marginale à consommer la valeur actualisée du revenu d'inactivité.

Le niveau de l'offre de travail dépend des gains présents et futurs induits directement (salaire net de cotisation et droit à la retraite supplémentaire) mais aussi du niveau de vie général que procure le salaire pendant le cycle de vie, et ce niveau général dépend aussi de la rémunération de l'épargne.

### 3 Etude de la dynamique globale

En adoptant une démarche similaire à celle de Galor (1992) qu'il a développée pour une économie avec deux secteurs de production, il est possible de décrire la dynamique globale de cette économie à l'équilibre concurrentiel intertemporel. L'équilibre général est caractérisé par un système de prix intertemporel :

$$\left\{ (R(x_t), w(x_t))_{t=0, \dots, +\infty} \right\}, \quad (6)$$

qui garantit à chaque instant l'équilibre sur l'ensemble des marchés, à savoir le marché du travail ( $l^S = l^D$ ) et le marché du capital ( $G \cdot k^+ = S$ ). Les relations d'équilibre sur l'ensemble des marchés conduisent au système dynamique suivant :

$$\begin{cases} G \cdot x^+ \cdot l^+ = \tilde{s}(\tau) \cdot w(x) \\ l = v'^{-1} \left( \left( (1 - \tau) + \lambda \cdot \tau \cdot \frac{1-\theta}{\theta} \cdot \tilde{s}(\tau) \right) \cdot (1 - s)^{1-s} \cdot s^s \cdot w(x) \cdot R(x^+)^s \right) \end{cases}, \quad (7)$$

avec  $\tilde{s}(\tau) = s \cdot \frac{1-\tau}{1+(1-s) \cdot \tau \cdot (1-\theta)/\theta} < s$  et  $\tilde{s}'(\tau) < 0$ . Ce terme décrit le taux d'épargne d'équilibre sur le salaire brut. Au numérateur, le taux de cotisation sur les salaires apparaît comme une ponction qui se répercute proportionnellement sur le taux d'épargne. Au dénominateur, on retrouve l'incidence indirecte de la pension sur les incitations à épargner. Le taux de cotisation finance la pension future. Plus celle-ci est grande, plus les incitations à épargner se trouvent réduites. Le ratio  $(1 - \theta) / \theta$  fournit un indice sur le niveau du salaire futur actualisé. Le taux d'épargne est une fonction décroissante du taux de cotisation. D'un côté, la baisse du salaire net réduit le revenu disponible pour l'épargne ; d'un autre côté, la hausse du taux de cotisation permet dans le futur d'accroître le niveau des pensions, ce qui réduit les besoins d'épargne capitaliste.

La dynamique est présentée dans le plan des volumes des biens échangés. Ces relations dynamiques peuvent être représentées sous une forme dite de "dynamique dans le plan des phases". Cette formulation consiste à décrire les relations sous une forme différenciée du type :  $\Delta x^+ = x^+ - x = X(x, l) - x$  et  $\Delta l^+ = l^+ - l = L(x, l) - l$ . Leur identification donne :

$$\begin{cases} X(x, l) = R^{-1} \left( \left( \frac{l^{\frac{1}{s}}}{a \cdot b(\tau, \lambda) \cdot w(x)} \right)^{\frac{1}{s}} \right) \\ L(x, l) = \frac{\tilde{s}(\tau) \cdot w(x) \cdot l}{G \cdot X(x, l)} \end{cases}, \quad (8)$$

où  $a = \frac{1}{\beta} \cdot (1-s)^{1-s} \cdot s^s$  et  $b(\tau, \lambda) = ((1-\tau) + \lambda \cdot \tau \cdot \frac{1-\theta}{\theta} \cdot \tilde{s}(\tau))$ . L'expression  $1-b$  donne une mesure du coin fiscal de la retraite lorsque l'économie est à l'équilibre.

**Hypothèse 1 :**  $s < \frac{\theta}{1-\theta}$  [H1].

**Définition 1 :** On définit la courbe  $xx$  par l'ensemble  $xx = \{(l, x) \in \mathbb{R}^{+2} / \Delta x^+ = 0\}$ . Cet ensemble décrit une relation entre  $l$  et  $x$ . Il détermine le niveau d'offre de travail compatible avec un niveau donné d'intensité capitalistique stationnaire.

On peut identifier la courbe  $xx$ . Elle s'écrit :

$$xx : l = L_{xx}(x) = [a \cdot b(\tau, \lambda) \cdot R(x)^s \cdot w(x)]^\varepsilon. \quad (9)$$

Sous [H1], cette relation a les propriétés suivantes par rapport à  $x$  : elle est croissante, et sa dérivée est toujours monotone.

**Définition 2 :** On définit la courbe  $ll$  par l'ensemble  $ll = \{(l, x) \in \mathbb{R}^{+2} / \Delta l^+ = 0\}$ . Cet ensemble décrit une relation entre  $l$  et  $x$ . Il détermine le niveau d'intensité capitalistique compatible avec un niveau d'offre de travail stationnaire.

On peut identifier la courbe  $ll$ . Elle s'écrit :

$$ll : l = L_{ll}(x) = a \cdot b(\tau, \lambda) \cdot R \left( \frac{\tilde{s}(\tau) \cdot w(x)}{G} \right)^s \cdot w(x). \quad (10)$$

Sous [H1], cette relation a les propriétés suivantes par rapport à  $x$  : elle est croissante, et sa dérivée est toujours monotone.

L'ensemble des dynamiques peut être représenté dans le plan des phases. On observe les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} \Delta x^+ > (\text{resp. } <) 0 \\ \Delta l^+ > (\text{resp. } <) 0 \end{cases} \quad \text{si} \quad \begin{cases} l > (\text{resp. } <) L_{xx}(x) \\ l > (\text{resp. } <) L_{ll}(x) \end{cases}. \quad (11)$$

**Définition 3 :** Un état stationnaire est un couple  $(\bar{x}, \bar{l})$  solution du système :

$$\begin{cases} \Delta x^+ = 0 \\ \Delta l^+ = 0 \end{cases}. \quad (12)$$

**Proposition 1 :** Le système dynamique admet une solution stationnaire unique et non triviale  $\bar{x} = ((1-\theta) \cdot \tilde{s}(\tau) / G)^{\frac{1}{1-\theta}}$ .

**Démonstration :** La solution stationnaire non triviale se situe à l'intersection des courbes  $xx$  et  $ll$  :  $L_{ll}(x) = L_{xx}(x)$ . Il existe une solution non triviale unique car les pentes des deux courbes ont des évolutions monotones et car  $L_{ll}(0) = L_{xx}(0) = 0$ . ■

**Corrolaire de la proposition 1 :** *La condition [H1] est une condition suffisante d'efficience dynamique pour une trajectoire qui passe par l'état stationnaire.*

**Démonstration :** L'efficience dynamique signifie que le rythme de croissance économique moyen est toujours inférieur à la rémunération en moyenne du capital. La condition [H1] garantit que la rémunération du capital à l'état stationnaire est toujours plus élevée que le rythme de croissance économique. ■

Cette propriété d'efficience dynamique est importante car elle garantit que la répartition ne peut en aucun cas procurer de l'efficacité par réduction du stock de capital disponible. D'autre part, l'équilibre stationnaire se situe à un point d'intersection entre les deux relations remarquables  $xx$  et  $ll$  qui traduit une inversion des positions de domination des courbes. La proposition 2 établit les positions relatives des courbes.

**Proposition 2 :** *On a  $L_{xx}(x) >$  (resp.  $<$ )  $L_{ll}(x)$  si et seulement si  $x <$  (resp.  $>$ )  $\bar{x}$ .*

**Démonstration :** La position des courbes  $xx$  et  $ll$ , l'une par rapport à l'autre, dépend simplement du signe de l'écart entre  $R\left(\frac{\tilde{s}(\tau) \cdot w(x)}{G}\right)$  et  $R(x)$ . Puisque l'état stationnaire est défini par l'égalité  $\bar{x} = \frac{\tilde{s} \cdot w(\bar{x})}{G}$ , on déduit que la courbe  $xx$  domine la courbe  $ll$  quand  $x < \bar{x}$  et que la courbe  $ll$  domine la courbe  $xx$  quand  $x > \bar{x}$ . ■

Cette propriété de croisement des courbes est propice à l'émergence d'une trajectoire point-selle. La proposition 3 prouve l'existence de cette trajectoire et établit son identification analytique.

**Proposition 3 :** *Il existe une trajectoire point-selle décrivant une relation positive entre  $l$  et  $x$  et elle peut être représentée par la relation  $\mathcal{L}$  suivante :*

$$l = \mathcal{L}(x) = \Gamma(\tau, \lambda, \gamma) \cdot x^\gamma, \quad (13)$$

avec  $\Gamma(\tau, \lambda, \gamma) = \left( \left( \frac{1}{\theta} \right)^{s(1-\theta)\varepsilon} \cdot [a \cdot b(\tau, \lambda) \cdot (1-\theta)]^\varepsilon \right) \cdot \bar{x}^{-\frac{s(1-\theta)^2\varepsilon}{1+\gamma}}$  et  $\gamma > 0$  qui désigne l'élasticité de l'offre de travail à l'intensité capitaliste et qui est indépendante des paramètres institutionnels.

**Démonstration :** La dynamique peut être linéarisée par une transformée logarithmique. La trajectoire remarquable de point-selle décrit alors une relation log-linéaire entre  $l$  et  $x$ . On sait que les solutions particulières du système non-linéarisé  $\begin{cases} x^+ = A \cdot x^{\alpha_X} \cdot l^{\beta_X} \\ l^+ = B \cdot x^{\alpha_L} \cdot l^{\beta_L} \end{cases}$  sont du type  $l = \Gamma \cdot x^\gamma$  avec  $\Gamma = \left( \frac{B}{A} \right)^{\frac{1}{1+\beta_X \cdot \gamma - \beta_L}}$  et où  $\gamma$  est solution de  $\beta_X \cdot \gamma^2 + (\alpha_X - \beta_L) \cdot \gamma - \alpha_L = 0$  c'est-à-dire  $\gamma = \frac{(\beta_L - \alpha_X) \pm \sqrt{(\beta_L - \alpha_X)^2 + 4 \cdot \alpha_L \cdot \beta_X}}{2 \cdot \beta_X}$ .

Ici, on a  $A = \frac{1}{\theta} \cdot [a \cdot b(\tau, \lambda) \cdot (1-\theta)]^{\frac{1}{s \cdot (1-\theta)}}$ ,  $B = \frac{\tilde{s}(\tau) \cdot (1-\theta)}{G} \cdot A^{-1}$ ,  $\alpha_X = \frac{\theta}{s \cdot (1-\theta)}$ ,  $\beta_X = -\frac{1}{s \cdot (1-\theta) \cdot \varepsilon}$ ,  $\alpha_L = \theta - \alpha_X$  et  $\beta_L = 1 - \beta_X$ . La solution associée à la trajectoire point-selle décrit une relation

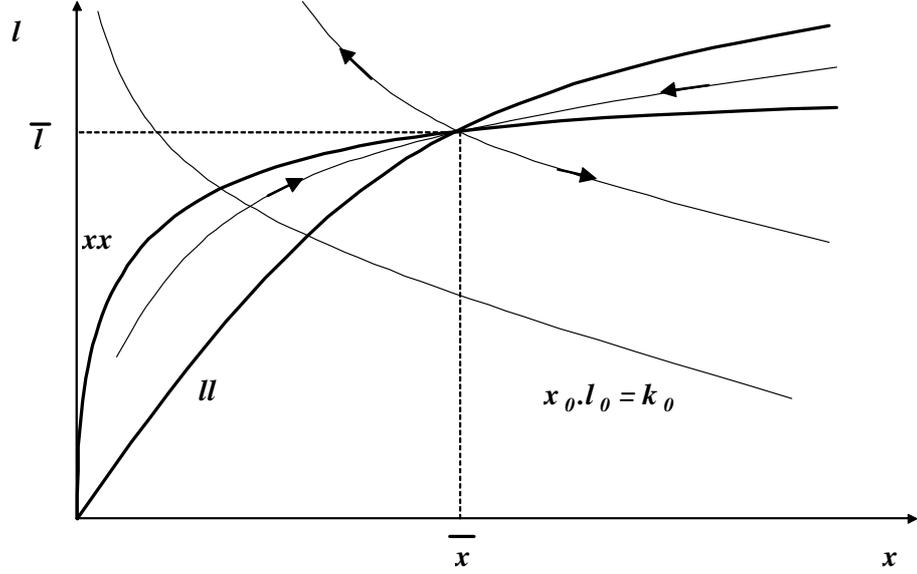


FIG. 1: Représentation des trajectoires remarquables dans le plan des phases.

croissante. Puisque  $\alpha_L \cdot \beta_X > 0$ , l'équation du second degré admet toujours une solution positive ainsi qu'une solution négative. La trajectoire point-selle correspond à la solution  $\gamma$  positive. On en déduit alors la valeur de  $\Gamma$ . ■

**Définition 4 :** *La trajectoire d'équilibre général à anticipations parfaites correspond à la suite de solutions  $\{(x_t, l_t)_{t=0, \dots, +\infty}\}$  du système dynamique compatible avec la condition initiale de stock de capital. Cette dernière s'écrit dans le plan intensité capitalistique  $\times$  travail :  $x_0 \cdot l_0 = k_0$ .*

Les relations  $xx$  et  $ll$  qui permettent d'établir l'équilibre dynamique sont récapitulées sur la figure 1. Les trajectoires remarquables sont orientées et distinguées par des flèches. La condition initiale sur le stock de capital doit vérifier :  $x_0 \cdot l_0 = \Gamma(\tau, \lambda, \gamma) \cdot x_0^{1+\gamma} = k_0$ . On en déduit les coordonnées du couple initial compatible avec la trajectoire point-selle :

$$(x_0, l_0) = \left( (k_0 / \Gamma(\tau, \lambda, \gamma))^{\frac{1}{1+\gamma}}, k_0^{\frac{\gamma}{1+\gamma}} \cdot \Gamma(\tau, \lambda, \gamma)^{\frac{1}{1+\gamma}} \right), \quad (14)$$

et par voie de conséquence, l'ensemble de la trajectoire par itération :

$$(x_t, l_t) = (X^t(x_0, l_0), L^t(x_0, l_0)). \quad (15)$$

## 4 Incidence fiscale des retraites : impact sur la dynamique globale

Dans cette section, l'examen de l'incidence fiscale des retraites se limite à l'analyse de la déformation de la trajectoire d'équilibre. Dans un premier point, on s'intéresse à une modification du taux de cotisation. Puis, dans un second point, on regarde l'impact d'une modification

du degré de contributivité. L'examen de l'impact comprend deux niveaux d'analyse : le long-terme et la dynamique transitoire. Pour simplifier, on suppose maintenant que  $G = 1$  (hypothèse de population stationnaire).

## 4.1 Incidence du taux de cotisation

Du côté des incitations microéconomiques, une augmentation du taux de cotisation diminue la rémunération marginale nette du travail et le revenu disponible. Dans ce modèle, l'effet substitution dominant l'effet revenu, il s'ensuit que l'offre de travail diminue. Par ailleurs, le revenu disponible de cycle de vie étant *de facto* plus faible, le montant d'épargne est également réduit d'autant que l'augmentation du taux de cotisation signifie une hausse de la pension anticipée.

A l'équilibre sur les marchés du travail et du capital, l'offre de travail amoindrie va produire une pression à la hausse sur le salaire, de même que la réduction du montant d'épargne va induire une pression à la hausse sur le taux d'intérêt. De façon indirecte, la pression à la baisse de l'offre de travail produit une pression à la hausse sur l'intensité capitalistique, ce qui est favorable à la productivité du travail et défavorable à la productivité du capital tandis que la réduction de l'offre d'épargne induit une pression à la baisse sur l'intensité capitalistique, ce qui est défavorable à la productivité du travail et favorable à la productivité du capital. Il en ressort globalement que l'effet sur les prix d'équilibre et l'intensité capitalistique reste indéterminé. Il convient donc d'établir le bilan des effets négatifs et positifs.

D'un point de vue analytique, on trouve que les relations remarquables dans le plan des phases que décrivent les relations  $xx$  et  $ll$  sont affectées de la façon suivante suite à une augmentation du taux de cotisation :

$$\begin{cases} \frac{\partial L_{xx}(x)}{\partial \tau} = \varepsilon \cdot b'_\tau \cdot \frac{L_{xx}}{b} < 0 \\ \frac{\partial L_{ll}(x)}{\partial \tau} = \varepsilon \cdot \left[ \frac{b'_\tau}{b} + s \cdot s'(\tau) \cdot w \cdot \frac{R'}{R} \right] \cdot L_{ll} \end{cases} \quad (16)$$

La sensibilité du coin fiscal d'équilibre ( $b_\tau$ ) à une variation du taux de cotisation dépend du signe de l'expression  $-1 + \lambda \cdot \frac{1-\theta}{\theta} \cdot \tilde{s}(\tau) \cdot \left(1 - \tau \cdot \frac{\tilde{s}'(\tau)}{\tilde{s}(\tau)}\right)$ . Sous l'hypothèse [H1], cette expression est toujours négative. Les configurations  $b'_\tau > 0$  sont donc éliminées.

Concernant la relation  $xx$ , il n'y a pas d'ambiguïté : toute hausse du taux de cotisation réduit le niveau de l'offre de travail.

Concernant la relation  $ll$ , il y a une ambiguïté sur l'influence du taux de cotisation. Cette ambiguïté provient du fait que la réduction de l'intensité capitalistique produit une hausse du taux d'intérêt qui améliore le niveau de vie sur le cycle de vie induit par les revenus du travail, et que l'élasticité de l'offre de travail par rapport au taux d'intérêt est positive et égale à  $\varepsilon s$ . Bien que celle-ci soit inférieure à celle par rapport au salaire (égale à  $\varepsilon$ ), l'effet total peut être ambiguë. En fait, le déplacement de la relation  $ll$  va dépendre du signe de l'expression :  $\phi(\tau, \lambda) = \frac{b'_\tau}{b} - s \cdot (1 - \theta) \cdot \frac{\tilde{s}'(\tau)}{\tilde{s}(\tau)}$ . Si  $\phi(\tau, \lambda) < (\text{resp. } >) 0$ , la relation  $ll$  se déplace vers le bas (resp. vers le haut).

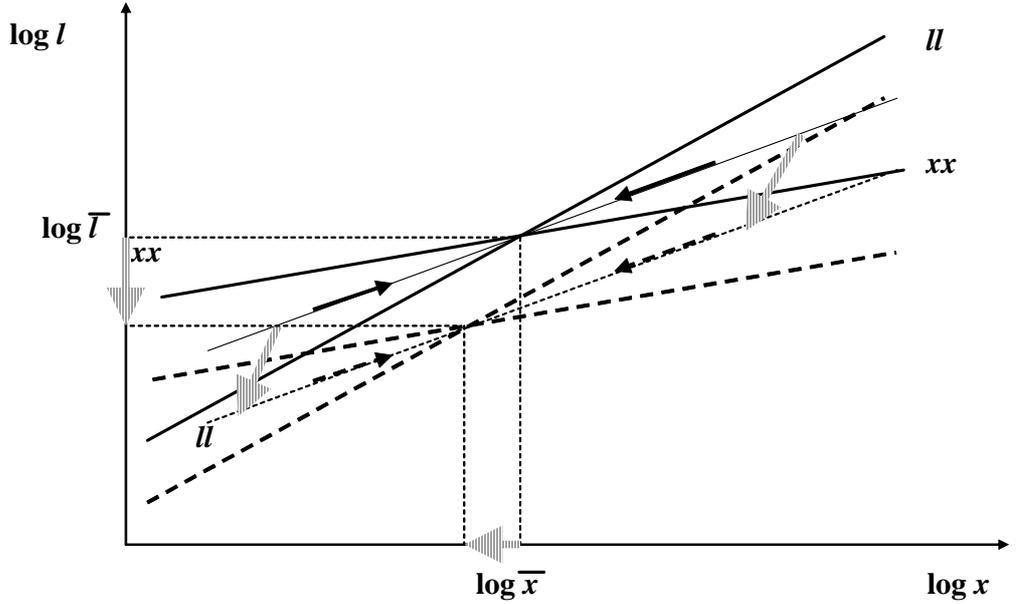


FIG. 2: Modification de la dynamique suite à une augmentation du taux de cotisation (cas où  $\phi(\tau, \lambda) < 0$ ).

L'ambiguïté observée sur la relation  $ll$  se retrouve sur la trajectoire point-selle. La dynamique subit une translation ( $\Gamma$  est modifié) tandis que l'élasticité entre le travail et l'intensité capitalistique ( $\gamma$ ) n'est pas affectée. On trouve :

$$\Gamma'_\tau = \left( \frac{b'_\tau}{b} - \frac{s \cdot (1 - \theta)^2}{1 + \gamma} \frac{\frac{\partial \bar{x}}{\partial \tau}}{\bar{x}} \right) \cdot \varepsilon \cdot \Gamma. \quad (17)$$

L'influence de  $\tau$  sur  $\Gamma$  est indéterminée. On remarque sans difficulté que  $\frac{\partial \bar{x}}{\partial \tau} = \frac{\bar{s}'_\tau}{(1 - \theta) \cdot \bar{s}}$ . On en déduit que si  $\phi(\tau, \lambda) <$  (resp.  $>$ )  $0$ , la trajectoire subit une translation vers le bas (resp. le haut). Dans la configuration  $\phi(\tau, \lambda) > 0$ , l'offre de travail a une évolution paradoxale : elle augmente à court terme tandis que l'intensité capitalistique diminue.

A long terme, les niveaux d'équilibre stationnaire d'intensité capitalistique et d'offre de travail diminuent :

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{x}}{\partial \tau} = \frac{\bar{s}'_\tau}{G} \cdot \bar{x}^\theta < 0 \\ \frac{\partial \bar{l}}{\partial \tau} = [b'_\tau/b + (w'/w + s \cdot R'/R^s) \cdot \frac{\partial \bar{x}}{\partial \tau}] \cdot \bar{l} < 0 \end{cases}, \quad (18)$$

L'effet sur le niveau d'offre de travail stationnaire n'est pas ambiguë car l'hypothèse d'efficacité dynamique [H1] garantit la positivité de l'expression  $(w'/w + s \cdot R'/R^s)$ .

Les figures 2 et 3 récapitulent l'incidence de l'augmentation du taux de cotisation sur la dynamique selon les deux configurations. Les courbes en pointillées distinguent les différentes relations après modification du taux de cotisation par rapport à celles de référence en trait

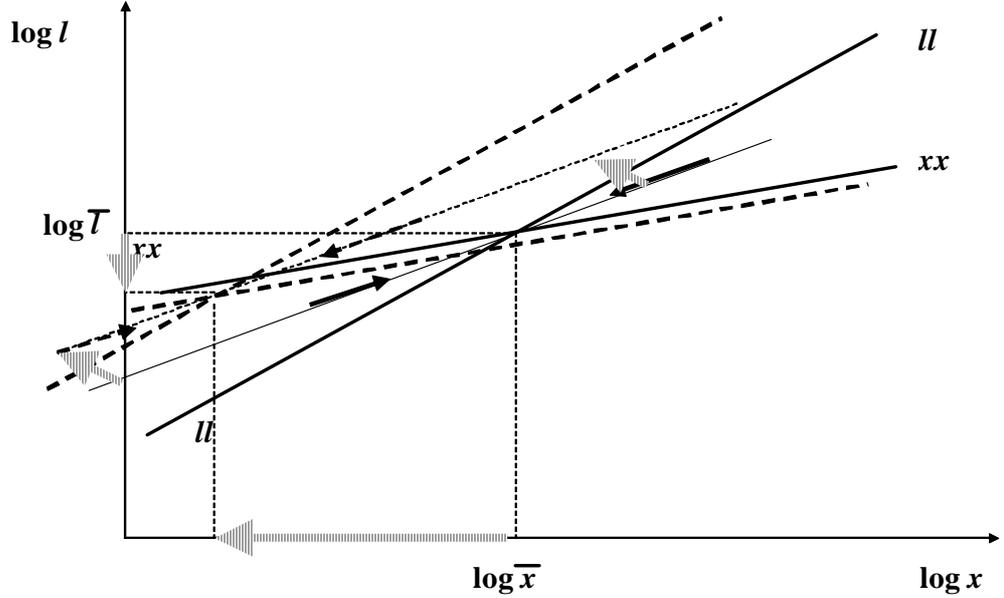


FIG. 3: Modification de la dynamique suite à une augmentation du taux de cotisation (cas où  $\phi(\tau, \lambda) > 0$ ).

continu. Des flèches sont utilisées pour souligner les déplacements de la trajectoire point-selle et de l'état stationnaire dans le plan des phases.

## 4.2 Incidence du mode de calcul de la pension

Un accroissement du taux de contributivité dans le calcul de la pension retraite produit une augmentation de la rémunération marginale du travail nette des taxes et transferts. Il en ressort que l'offre de travail s'accroît ainsi que le montant d'épargne qui bénéficie d'un plus important revenu de cycle de vie.

Sur les marchés du travail et du capital, ces augmentations générales des offres de travail et d'épargne produisent des pressions à la baisse sur le salaire et le taux d'intérêt. Par un biais indirect, l'augmentation de l'offre de travail réduit l'intensité capitaliste, ce qui est favorable à la productivité marginale du capital tandis que l'accroissement de l'offre d'épargne augmente l'intensité capitaliste, ce qui est favorable à la productivité marginale du travail. L'effet global n'est pas déterminé. Il convient donc de dresser un bilan des incidences positives et négatives.

Les relations remarquables dans le plan des phases que décrivent les relations  $xx$  et  $ll$  sont affectées de la façon suivante suite à une modification du taux de cotisation :

$$\begin{cases} \frac{\partial L_{xx}(x)}{\partial \lambda} = \varepsilon \cdot b'_\lambda \cdot \frac{L_{xx}}{b} > 0 \\ \frac{\partial L_{ll}(x)}{\partial \lambda} = \varepsilon \cdot b'_\lambda \cdot \frac{L_{ll}}{b} > 0 \end{cases} . \quad (19)$$

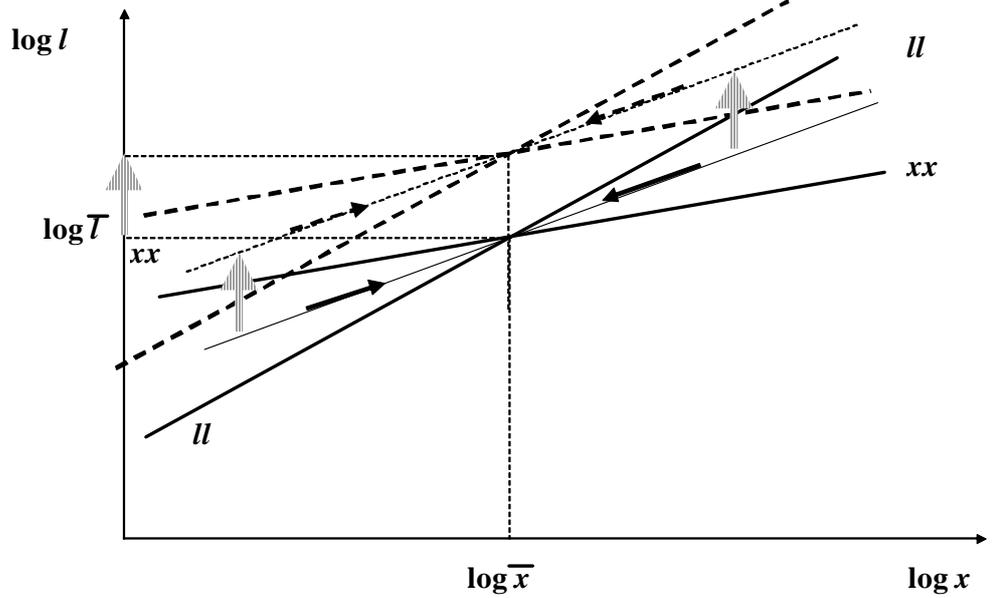


FIG. 4: Modification de la dynamique suite à un changement du mode de calcul (augmentation de la contributivité)

Il n'y a pas d'ambiguïté : les deux relations  $xx$  et  $ll$  dessinent des profils plus bas.

Concernant la trajectoire point-selle, il n'y a pas d'ambiguïté car  $\frac{\partial \bar{x}}{\partial \lambda} = 0$  (*cf. infra*) et on observe :

$$\Gamma'_\lambda = b'_\lambda \cdot \varepsilon \cdot \frac{\Gamma}{b} > 0. \quad (20)$$

Une augmentation du degré de contributivité déplace donc la trajectoire point-selle vers le haut. Cela signifie que l'accroissement de l'offre de travail est proportionnellement plus élevé que celui de l'offre d'épargne.

A long terme, les effets sur l'état stationnaire sont les suivants :

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{x}}{\partial \lambda} = 0 \\ \frac{\partial \bar{l}}{\partial \lambda} = b'_\lambda \cdot \frac{\bar{l}}{b} > 0 \end{cases} \cdot \quad (21)$$

Une modification du mode de calcul de la pension est bénéfique sur l'offre de travail de long terme. En revanche, elle n'a aucune influence sur le niveau d'intensité capitalistique stationnaire : les accroissements de l'offre d'épargne et de l'offre de travail se compensent alors intégralement.

La figure 4 récapitule l'incidence de l'augmentation du taux de contributivité sur la dynamique avec le même usage des pointillés et des flèches pour marquer la modification des courbes.

## 5 Conclusion

Cet article établit une résolution complète d'un modèle à générations imbriquées avec offre de travail endogène en présence d'un système de retraite dont les logiques de financement et d'attribution de pension produisent une distorsion particulière de l'offre de travail.

L'incidence de la modification du système de retraite a été évaluée de façon analytique. On a montré comment une hausse du taux de cotisation peut produire des effets transitoires ambigus en matière d'offre travail (il existe des configurations où l'offre de travail pourrait augmenter à court terme) alors qu'à long terme on observe toujours une réduction de l'offre de travail ainsi que du niveau de l'intensité capitalistique. On montre également qu'un accroissement du degré de contributivité conduit toujours à une trajectoire d'offre de travail plus élevée. En revanche, cet accroissement du degré de contributivité est neutre sur l'intensité capitalistique de long terme.

On a étudié une fiscalité stationnaire, et il serait probablement utile de développer aussi des approches purement analytiques avec une fiscalité variant dans le temps. Cela permettrait aussi d'aborder des questions de cohérence temporelle (voir par exemple, Calvo et Obstfeld, 1988).

Le modèle à deux périodes de vie présente de nombreuses limites, notamment, dans le domaine de l'analyse de la fiscalité : il n'est pas possible de traiter rigoureusement d'une fiscalité variant avec l'âge, car il n'y a qu'une seule période pour l'offre de travail et l'accumulation d'épargne. Sur ce sujet, la récente contribution de Erosa et Gervais (2002) est très éclairante.

Enfin, notre analyse a traité d'aspects purement positifs, il serait également intéressant de mesurer l'impact de la fiscalité retraite en terme de coût de bien-être, ainsi que de tenter d'évaluer dans quelle mesure il est judicieux de financer les retraites par une cotisation sur les salaires. La question de la réforme fiscale optimale, et du rôle éventuel de la dette pour financer la transition (cf. Kotlikoff, 1995), est sous-jacente à une telle préoccupation.

## Références bibliographiques

- Allais M., 1947 : *Economie et Intérêt*, Imprimerie Nationale.
- Artus P et F. Legros (1999), *Le choix du système de retraites : analyser les mécanismes pertinents*, Economica.
- Calvo G. A. et M. Obstfeld, 1988 : "Optimal Time-Consistent Fiscal Policy with Infinite Lifetimes", *Econometrica*, 56 (2).
- Cazes S., T. Chauveau, J. Le Cacheux et R. Loufir, 1994 : "Public Pension in an Overlapping-Generations Model of the French Economy", *Keio Economic Studies*, 31 (1).
- Cazzavillan G. et P. Pintus, 2001 : "Endogenous Labor Supply, Gross Substitutability, and Robustness of Multiple Equilibria in OLG Economies", in D. K. Levine and W. Zame (Eds), *Proceedings of the 2002 North American Summer Meetings of the Econometric Society*.
- Chamley C., 1981 : "The Welfare Cost of Capital Income Taxation in a Growing Economy", *Journal of Political Economy*, 89 (31).

- Chamley C., 1985 : "Efficient Tax Reform in a Dynamic Model of General Equilibrium", *Quarterly Journal of Economics*.
- Chamley C., 1986 : "Optimal Taxation of Capital Income in General Equilibrium with Infinite Lives", *Econometrica*, 54 (3).
- Chamley C. and B. D. Wright (1987), "Fiscal Incidence in an Overlapping Generations Model with a Fixed Asset", *Journal of Public Economics*, 32, pp. 3-24.
- Dang T. T., P. Antolin et H. Oxley (2001), "Fiscal implications of ageing : projections of age-related spending", OECD Economics Department Working Papers, n°305.
- Diamond P., 1965 : "National Debt in a Neoclassical Growth Model", *American Economic Review*, 55 (5), septembre.
- Erosa A. et M. Gervais , 2002 : "Optimal Taxation in Life-Cycle Economies", *Journal of Economic Theory*, 105.
- Galor O., 1992 : "A Two-Sector Overlapping Generations Model : A Global Characterization of the Dynamical System", *Econometrica*, 60 (6).
- Hairault J.-O. et F. Langot, 2002 : "Inequality and Social Security Reforms", mimeo Paris I.
- Kotlikoff L. J., 1995 : "Privatization of Social Security : How it Works and Why it Matters", NBER WP series.
- Le Cacheux J. et V. Touzé, 2002 : "Les modèles d'équilibre général calculable à générations imbriquées : enjeux, méthodes et résultats", *Revue de l'OFCE*, Janvier.
- Michel P., 1993 : "Le modèle à générations imbriquées, un instrument d'analyse macroéconomique", *Revue d'économie politique*, 103 (2).
- Michel P. et P. Pestieau, 2000 : "Retraite par répartition et âge de la retraite", *Revue économique*, 51.
- Mountford A. (2004), "Global Analysis of an Overlapping Generations Economy with Land", *Macroeconomic Dynamics*, 8 (5).
- Nourry C., 2001 : "Stability of equilibria in the overlapping generations model with endogenous labor supply", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 25.
- Reichlin P., 1986 : "Equilibrium Cycles in an Overlapping Generations Economy with Production", *Journal of Economic Theory*, 40.
- Samuelson P. A., 1958 : "An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money", *Journal of Political Economy*, 66 (3).