FLUCTUATIONS ET PARTAGE ENTRE LES GÉNÉRATIONS

Quelques exemples théoriques

Vincent Touzé *

Département des études de l'OFCE et IEP de Lille

L'objectif de cet article est d'étudier la stratégie de transferts entre les générations qui permet de réaliser l'optimum social dans le cadre d'une économie dynamique soumise à la fluctuation de ses fondamentaux. La première partie est consacrée à un inventaire des différentes approches du bien-être social dans un contexte dynamique et intergénérationnel, à la détermination des arbitrages auxquels fait face le planificateur social et à la politique de transferts entre les générations susceptible de conduire à l'optimum social. La deuxième partie propose une application de ces principes de croissance socialement optimale à des économies théoriques qui présentent une variation cyclique et déterministe de leurs fondamentaux. Enfin, la dernière partie présente une application du même ordre à une économie avec des fluctuations stochastiques. De ces exemples théoriques, il ressort un résultat principal en termes de taux optimal de cotisation sociale : ce dernier dépend positivement du taux de dépendance et de la part des salaires dans la valeur ajoutée.

* Cet article tente de réaliser une synthèse de travaux dont on trouvera notamment des premiers développements dans ma thèse. Je tiens à remercier celles et ceux qui ont su inspirer ou commenter ces réflexions, et tout particulièrement Gabrielle Demange, Jacques Le Cacheux, Gilles Le Garrec, Antonio Mele, Philippe Michel et Henri Sterdyniak, ainsi que les participants à différents séminaires et congrès à Paris, à Lausanne et à Montréal. Il va de soi que les erreurs ou oublis engagent ma seule responsabilité.

vincent.touze@ofce.sciences-po.fr

La modification des fondamentaux économiques est un phénomène récurrent. Il existe des perturbations ou fluctuations [1] mineures qui affectent régulièrement et faiblement l'activité économique. On peut penser à des aléas météorologiques d'amplitude normale, au cycle naturel des saisons ou encore à des innovations réduites dans les techniques de production. Mais il existe également des modifications majeures, certes moins fréquentes, dont les effets ont des conséquences considérables et durables sur le devenir des nations. L'histoire témoigne de telles perturbations. Les guerres provoquent souvent une immobilisation des équipements, voire la destruction du capital productif, ainsi qu'une forte élévation du taux de mortalité (morts au combat, massacre de population civile ou « dommages » collatéraux) et une réduction des naissances futures (réduction de la population masculine en âge de procréer [2]). Les épidémies ont également toujours constitué une menace pour les populations. Ainsi, la peste noire du XIVe siècle aurait décimé 30 % de la population européenne tandis que la grippe espagnole de 1918 aurait tué à l'échelle mondiale entre 20 et 40 millions de personnes, soit entre 2 et 4 fois plus que la Première Guerre mondiale [3]. Dans une perspective future, les épidémiologistes s'inquiètent de l'apparition de nouveaux virus ou de mutations [4]. Les catastrophes naturelles marquent elles aussi l'histoire planétaire : activité volcanique, crues, sécheresse, séismes, tsunamis [5], ouragans, changement climatique. Enfin, et à l'inverse, les grandes découvertes de l'humanité permettent d'améliorer sensiblement les conditions de vie et de contourner certaines difficultés naturelles posées par la vie terrestre. On pense bien entendu aux évolutions de la technique (les successifs âges de pierre, de bronze, de fer, du silicone dans le cadre de la révolution électronique) et de la médecine ainsi qu'à la maîtrise de l'énergie (bois, combustible fossile, uranium [6]) et leurs technologies associées (machine à vapeur, moteur à explosion, réacteur nucléaire).

1. Les textes anciens se référant à des sociétés agraires rapportent souvent des faits qui s'apparentent aux cycles économiques. Dans la Bible, le prophète Joseph explique par exemple à Pharaon que ses rêves augurent sept ans d'abondance suivis de sept ans de famine et il conseille alors de faire des économies pendant les années de vache grasse afin de faire face aux années de vache maigre.

2. Par exemple, les classes creuses d'après la Première Guerre mondiale liées aux nombreux décès d'hommes jeunes pendant la guerre.

3. *Cf.* Rapport Raoult (2005).

4. Par exemple, une variante humaine de la grippe aviaire.

5. En décembre 2004, le raz-de-marée a tué 250 000 personnes dans l'Asie du Sud-Est en l'espace de quelques heures.

6. On peut noter que la première énergie a le mérite d'être renouvelable. L'épuisement des ressources énergétiques et leur externalité négative d'un point de vue climatique conduisent soit à une décroissance économique pour des motifs de rareté, soit à l'usage d'énergies renouvelables (et éventuellement à une décroissance économique).

De tels évènements contribuent à modifier considérablement les capacités de production et la démographie des forces productives. Les alternances d'états de la nature favorables ou défavorables provoquent d'importantes inégalités de bien-être entre les générations que les transferts sociaux tentent de corriger. L'émergence des systèmes de Sécurité sociale par répartition s'inscrit dans cette réalité puisqu'ils sont apparus à la suite de changements importants : des « risques » sociaux majeurs en Allemagne poussent Bismark à institutionnaliser la protection sociale[7] ; la récession des années 1930 aboutit à la création de la *Social Security* américaine ; la fin de la Seconde Guerre mondiale donne naissance au système béveridgien[8] dans certains pays européens comme la Grande-Bretagne.

Dans la mesure où les variations des fondamentaux sont supposées exogènes et incontrôlables, elles posent, pour le planificateur, le problème pratique suivant. Comment doit-il prendre en compte dès aujourd'hui, en termes d'accumulation de capital, l'existence potentielle de changements futurs majeurs, qu'ils soient réguliers, cycliques, certains ou incertains ? Selon quelles règles le partage des ressources se fait-il entre les générations jeunes et âgées, ou présentes et futures ?

L'objectif de cet article est d'identifier les principes généraux qui peuvent guider les transferts entre les générations dans une économie soumise à des variations des fondamentaux sur longue période. Pour ce faire, on étudie des exemples théoriques d'économies avec générations imbriquées de ménages, dont la productivité des facteurs et la structure démographique sont soumises à des fluctuations. L'article s'organise en trois points. Dans une première partie, on pose la question du choix du critère de mesure du bien-être social des générations, et on en déduit des principes pour la conduite de la politique sociale optimale. Par la suite, on limite l'application de ces principes à des économies qui présentent des changements exogènes de leurs fondamentaux. Ces changements peuvent être parfaitement prévisibles ou non. Dans le premier cas, on parle de fluctuations déterministes. Ce point est traité dans la deuxième partie. Dans le second cas, il s'agit de chocs stochastiques. La troisième et dernière partie aborde cette question des transferts entre générations et d'accumulation de capital dans un environnement risqué.

7. Par exemple en matière de retraite, la solidarité naturelle parent-enfant possible dans une microsociété rurale a tendance à disparaître dans une société urbaine et industrialisée. Un système par répartition a pour objet de reproduire cette solidarité entre les ouvriers retraités et les ouvriers actifs.

8. Le cumul de la Première Guerre mondiale, de la crise de 1929 (faible revenu et chômage) et de la Seconde Guerre mondiale (perte de capital) ont fortement pénalisé certaines générations, surtout celles nées vers la fin du XIX^{e} siècle.

I. Le choix d'un critère: quelle justice pour les générations?

L'économie étudiée sera représentée à l'aide d'un modèle à générations imbriquées dans la lignée de Allais-Samuelson-Diamond [9], où l'on considère des individus vivant deux périodes [10]. Pour des raisons de simplification des notations, les indicateurs temporels de ce modèle dynamique seront souvent omis. Toutefois, afin de distinguer la période courante des périodes passées et futures, nous utiliserons les symboles – et + pour repérer ces dernières.

Dans le modèle à générations imbriquées de base, la première période de vie d'un individu est consacrée à la production (il offre de façon exogène une unité de travail), la consommation et l'épargne, alors que la seconde est une période de retraite et de consommation. On notera c le niveau de consommation de première période, S le stock d'épargne individuel et z^+ le niveau de consommation de seconde période. On notera G le facteur de croissance démographique: ainsi la jeune génération sera G fois plus nombreuse que la plus ancienne.

La sphère productive est caractérisée par une fonction de production f qui associe à un stock de capital par travailleur k un niveau de production par travailleur y: $y = f(k)$ avec $f(0) = 0$, $f' > 0$ et $f'' < 0$. La technique de production peut varier dans le temps suite à des chocs déterministes ou stochastiques. Le paramètre δ est le taux de dépréciation naturelle (taux d'usure) du stock de capital. Le taux de rémunération du travail est noté w et la rémunération du capital R (facteur de rendement). Les facteurs de production sont rémunérés à leur productivité marginale: $R = f'(k) + (1 - \delta)$ et $w = f(k) - k \cdot f'(k)$.

Dans cette première section, on s'intéresse au critère de bien-être social intertemporel [11] dans un cadre utilitariste et à la politique adoptée par le planificateur afin de satisfaire au mieux ce critère. Il s'agit d'abord d'étudier le bien-être social instantané. Ce dernier est censé fournir un agrégat de bien-être des générations vivantes pendant la période concernée: ce critère permet d'appréhender la répartition des ressources entre les générations vivantes. Ensuite, dans un cadre dynamique, il est important de savoir quelle part de la richesse nationale présente doit être réservée à la production et au bien-être des générations vivantes dans le futur. Pour ce faire, il est nécessaire de disposer d'un critère de bien-être social intertemporel. Enfin, si le planificateur social dispose d'un critère de bien-être intertemporel, il est en mesure d'identifier les règles d'optimalité qui régissent simultanément les trans-

9. Voir Michel (1993a) pour une présentation générale du modèle.

10. Les concepts présentés et développés ci-après pourraient se généraliser à une économie où la durée de vie est supérieure à deux périodes.

11. Sur le sujet, voir les articles de Fleurbaey et Michel (1991) et de Masson (1999).

ferts entre les générations présentes et le choix d'accumulation de capital (transfert en faveur des générations futures), et donc de déterminer la politique de régulation de l'économie susceptible de décentraliser l'optimum social.

1.1. Mesurer le bien-être social des générations vivantes

Dans son article fondateur, Samuelson (1958) mesure implicitement le bien-être social en considérant seulement la génération la plus jeune. Le bien-être est alors mesuré par le niveau de satisfaction dont bénéficie un individu sur l'ensemble de son cycle de vie lorsqu'on lui associe un profil de consommation intertemporel (c, z^+). Par convention, on notera cette fonction de bien-être $U(c, z^+)$ avec les propriétés usuelles de concavité : $U_c>0$, $U_z>0$, $U_{cc}<0$, $U_{zz}<0$ et $U_{cz}\leq 0$. Dans le cas particulier où elle est temporellement séparable en termes de bien-être $(U_{cz}=0)$, on obtient la décomposition $U(c, z^+) = u(c) + v(z^+)$ où les fonctions u et v mesurent le bien-être associé à chaque niveau de consommation (présente puis future) et qui est ressenti en début de vie (actualisé). Le cas particulier $v = \rho \cdot u$ traduit la situation explicite d'une somme escomptée de bien-être instantanés où le paramètre ρ s'assimile à un facteur d'escompte psychologique privé. Dès lors qu'on souhaite comparer le niveau de bien-être atteint dans le futur au niveau présent, il peut paraître judicieux de « l'actualiser » en tenant compte de la préférence pour le présent (mesure psychologique de l'impatience). Cette mesure du bien-être à la période courante ne donne qu'une évaluation du bien-être d'une génération vivante et en l'occurrence la plus jeune. Cependant, un « bon » critère de bien-être social instantané pertinent se doit d'intégrer l'ensemble des arbitrages sociaux susceptibles de concerner les décisions relatives à la période courante. Pour cela, il se doit d'appréhender le bien-être de l'ensemble des générations vivantes. On notera $W_t = W(U_{t-1},U_t)$ la valeur d'un tel critère associé à la période t.

En adoptant un concept de bien-être temporellement séparable, dans sa critique de l'article de Samuelson [12] (1958), Lerner (1959) propose d'estimer le bien-être social à une date donnée en établissant une moyenne des bien-être effectifs (non actualisés) des générations vivant à cette date. Dans le cadre d'une économie avec deux générations, on obtient :

$$W_{\text{Lerner}} = G/(1+G) \cdot u(c) + 1/(1+G) \cdot u(z)$$

où $G/(1+G)$ est le poids de la jeune génération et $1/(1+G)$ le poids de la vieille génération. Ce critère est parfois utilisé dans les versions calculables des modèles à générations imbriquées [13] (MEGCGI). Ce critère

12. Une polémique s'en est suivie avec ce même auteur (Samuelson, 1959).
13. Voir Le Cacheux et Touzé (2002) pour un bilan sur ce sujet.

a le mérite d'intégrer tous les arbitrages sociaux présents : on s'intéresse à la satisfaction des jeunes et des vieux sans considération des générations à naître ou décédées. Grâce à ce critère, Lerner en déduit un pronostic d'optimum social, en termes de partage des ressources entre les générations, différent de celui de Samuelson. Toutefois, ce critère (bien qu'intuitivement intéressant) soulève une difficulté car il ne respecte pas les préférences individuelles. Il ne peut donc pas conduire à un optimum de Pareto. Cette insuffisance s'observe facilement si on l'utilise comme règle de partage à l'état stationnaire de la règle d'or de Samuelson, situation qui apparaît lorsque la productivité nette du capital est égale au facteur de croissance démographique. Ainsi, maximiser le critère de Lerner à cet état stationnaire conduit à égaliser les utilités marginales instantanées $u'(c) = u'(z)$ et donc les niveaux de consommation entre les jeunes et les vieux, tandis que d'un point de vue parétien (on respecte la préférence des individus), il faudrait égaliser l'utilité marginale de la consommation de première période à l'utilité marginale de la consommation de seconde période pondérée par le facteur d'escompte et le facteur de croissance démographique : $u'(c) = \rho \cdot G \cdot u'(z)$. Une façon de contourner ce problème de Pareto-optimalité serait de supposer une myopie des agents économiques concernant la valorisation de leur bien-être futur.

Une mesure du bien-être social à une date donnée qui ne suscite pas un problème de Pareto-optimalité pourrait être la suivante :

$$W = G/(1+G) \cdot \beta \cdot U(c, z^+) + 1/(1+G) \cdot U(c^-, z).$$

Il s'agit d'une moyenne mobile d'ordre 2 des bien-être de cycle de vie des générations vivantes. À l'état stationnaire, lorsqu'on a $c = c^-$ et $z = z^+$, il s'ensuit que W correspond exactement au bien-être de Samuelson. Toutefois, un tel critère peut apparaître insatisfaisant, dans le sens où on agrège des situations de bien-être qui ne sont pas temporellement comparables, dès lors que le planificateur a une préférence pour le présent. En supposant un facteur d'escompte public $\beta<1$, on obtient :

$$W = G/(1 + G) \cdot \beta \cdot U(c, z^+) + 1/(1 + G) \cdot U(c^-, z).$$

Une telle hypothèse traduit des pondérations publiques implicites du bien-être des générations vivantes $\lambda = \beta/(1 + \beta)<50$ % pour un individu de la génération la plus jeune et $1 - \lambda = 1/(1 + \beta)>50$ % pour un individu de la génération la plus ancienne. Elle exprime donc un avantage pour la génération la plus ancienne (puisqu'une pondération neutre devrait accorder le même poids à chaque individu). Une telle préférence paraît difficile à justifier d'un point de vue éthique.

1.2. Le choix d'un critère de bien-être social intertemporel

Le critère de bien-être social instantané propose une moyenne pondérée des bien-être des générations vivantes. Cependant, dans un cadre intertemporel, le planificateur doit intégrer l'ensemble des situations de bien-être passées et futures. Une relation assez générale qui permet d'agréger l'ensemble des situations de bien-être peut s'écrire de façon itérative [14]:

$$IW_t = IW(G_{t-1} \cdot U_{t-1}, IW_{t+1})$$

avec la propriété que le bien-être social intertemporel est une fonction croissante des niveaux de bien-être de chaque génération: $\partial IW/\partial U^{-}>0$ et $\partial IW/\partial IW^{+}>0$. Il est possible de choisir un critère de bien-être social qui ne tiendrait pas compte des tailles relatives de chaque génération. Un tel choix est contestable dans la mesure où la démarche utilitariste du bien-être social repose sur un calcul d'espérance de bien-être et qu'un calcul impartial se doit d'intégrer les probabilités objectives d'appartenir à une génération, en l'occurrence leur taille relative [15]. Dans un cadre d'incertitude sur l'évolution des états de la nature, le critère général peut s'écrire:

$$IW = \mathrm{E}[IW(G^{-} \cdot U^{-}, IW^{+})],$$

où l'opérateur E traduit l'espérance de bien-être intertemporel.

En général, les théoriciens de la croissance optimale [16] adoptent un type simple de relation, qui suppose une mesure temporellement séparable. On a alors:

$$IW_t = (G_{t-1} + \beta) \cdot [\Gamma_{t-1} \cdot U_{t-1} + (1 - \Gamma_{t-1}) \cdot IW_{t+1}]$$

où $\Gamma_{t-1} = G_{t-1} / (G_{t-1} + \beta)$ est la pondération accordée à la génération la plus ancienne et $(1 - \Gamma_{t-1})$ la pondération accordée aux autres générations (jeunes et futures). Si on adopte un facteur d'escompte public constant et une pondération du bien-être actualisé en fonction de la taille de chaque génération, on obtient (sous hypothèse de stationnarité de la croissance démographique) le critère de la somme escomptée [17]:

$$IW_0 = \Sigma_{t=-1, \ldots, +\infty} [(\beta \cdot G)^{t+1} \cdot U_t].$$

14. Par exemple, Chamley (1986) utilise une fonctionnelle similaire pour étudier un principe de fiscalité optimale intertemporelle.

15. Cela revient à considérer que la probabilité de naître à une date donnée dépend du nombre de naissances. Dans un arbitrage social, il paraît naturel de tenir compte des masses des populations concernées par une mesure de politique économique dans une évaluation des bénéfices et des coûts sociaux.

16. Par exemple, Stockey et Lucas (1989).

17. Pour obtenir un critère qui ne tiendrait pas compte des tailles relatives des générations, il suffit de remplacer β par β'/G où β' joue le rôle du nouveau facteur d'escompte. De la Croix et Michel (2002, chap. 2) n'intègrent pas les tailles relatives des générations dans l'évaluation du bien-être social. Cette substitution du facteur d'escompte permet de rendre comparable nos résultats.

La sommabilité du critère est garantie si et seulement si $\beta \cdot G < 1$. La croissance démographique et sa prise en compte dans la pondération sociale conduit à l'adoption d'un facteur d'escompte plus exigeant dès lors que $G > 1$. Toutefois, l'hypothèse de population stationnaire à long terme (concept de population stable présent dans tous les modèles de projection démographique [18]) conduit vers un taux de croissance démographique nul à cet horizon ($G = 1$).

Ce concept de bien-être social intertemporel peut être relié à celui du bien-être social instantané de la façon suivante [19]:

$$IW_t = (1 + G) \cdot W_t + (\beta \cdot G)^2 \cdot IW_{t+2}.$$

Il s'agit d'une forme itérative très particulière puisque la valeur présente du bien-être social intertemporel dépend de son niveau atteint deux périodes plus tard. Cette propriété résulte du seul fait que la fonction de bien-être instantané est une moyenne mobile sur deux périodes et que le bien-être d'une génération n'est compté qu'une seule fois. Toutefois, on peut obtenir une formulation particulièrement intéressante dès lors que les bien-être individuels sont temporellement séparables:

$$IW_0 = (1 + G) \cdot \Sigma_{t=-1, \ldots, +\infty} [(\beta \cdot G)^t \cdot W_{\text{Lerner modifié } t}]$$

avec $W_{\text{Lerner modifié } t} = G/(1 + G) \cdot u(c_t) + \rho/\beta \cdot 1/(1 + G) \cdot u(z_t)$.

Le terme $W_{\text{Lerner modifié } t}$ fournit une somme des bien-être pondérés par la taille des générations (approche identique à celle de Lerner) mais où le ratio ρ / β traduit une correction du taux d'escompte privé par le taux d'escompte public dans la comparaison des bien-être individuels. Ainsi dans le cas très particulier où le taux d'escompte public est identique au taux d'escompte privé ($\rho = \beta$), on montre aisément que le critère de bien-être intertemporel s'écrit comme une somme escomptée du bien-être social instantané au sens de Lerner:

$$IW_0 = (1 + G) \cdot \Sigma_{t=-1, \ldots, +\infty} [(\beta \cdot G)^t \cdot W_{\text{Lerner } t}].$$

Dans ce contexte, le critère de Lerner respecte l'optimalité parétienne, car le profil d'accumulation du capital à l'optimum social rend compatible les préférences individuelles avec les préférences sociales en raison du profil de taux d'intérêt (on converge vers une règle d'or modifiée) mais il reste inemployable dans un modèle sans accumulation de capital tel que celui développé par Samuelson (1958). Cette situation d'égalité des taux d'escompte présente également une autre propriété intéressante puisqu'elle conduit à l'optimum social (condition d'optimalité du premier ordre concernant le partage des ressources entre les générations vivantes: $u'(c) = u'(z)$, voir ci-après)

18. Sur la question de la dynamique des populations, voir Bourgeois-Pichat (1994).
19. Dans leur approche de la justice « fiscale », Auerbach *et al.* (1991) distinguent d'un côté les générations vivantes et de l'autre les générations à naître.

à égaliser le niveau de consommation des générations vivantes : soit $c=z$. On en déduit une propriété d'agrégation du fait que $u(c) = u(z)$ et par voie de conséquence, on retrouve le critère de la somme escomptée habituellement utilisé dans les modèles de croissance optimale :

$$IW_0 = (1 + G) \cdot \Sigma_{t=-1, \ldots, +\infty} [(\beta \cdot G)^t \cdot u(c_t)].$$

1.3. Le planificateur social peut-il se passer d'un taux d'escompte ?

Le choix d'un facteur d'escompte[20] $\beta < 1$ impose une préférence implicite pour les générations les plus anciennes. Ramsey (1928) n'a pas voulu réaliser un tel choix de taux de préférence social arbitraire[21], mais il s'est heurté au fait qu'une somme non actualisée de bien-être sur un horizon infini n'avait pas de valeur finie. C'est pourquoi il a proposé de minimiser le déficit cumulé de bien-être entre la trajectoire des bien-être individuels et la solution stationnaire de la règle d'or. Ce critère s'écrit explicitement[22] :

$$\Sigma_{t=-1, \ldots, +\infty} [U_{GR} - U_t],$$

où U_{GR} désigne le niveau de bien-être de la règle d'or (celui qui maximise le niveau de consommation à l'état stationnaire).

S'interrogeant sur l'existence d'un critère qui n'aurait ni l'aspect arbitraire d'un taux d'escompte ni l'aspect arbitraire du critère de la règle d'or qui ne s'intéresse qu'aux générations futures (à l'état stationnaire), Chichilnisky (1996) propose de définir un nouveau critère pour évaluer des trajectoires de « développement soutenable ». Le critère utilisé doit être un pré-ordre complet sur les trajectoires de bien-être $\{U_t\}_{t=-1,\ldots,+\infty}$. Il ne doit conduire à un rôle dictatorial ni du présent (axiome 1) ni du futur (axiome 2), et il augmente avec le bien-être de chaque génération. Le premier axiome signifie que le critère doit être sensible au futur distant. Une fonction de bien-être social donne un rôle dictatorial au présent si et seulement si elle est sensible à un nombre fini de générations lorsque l'on compare des trajectoires d'utilité, c'est-à-dire qu'elle est insensible à un nombre infini de générations. Cet axiome exclut tous les critères de type utilitariste escompté. Le second axiome signifie que le critère n'est pas seulement sensible au futur distant. Une fonction de bien-être social donne un rôle dictatorial au futur si elle est seulement sensible à un nombre infini de générations lorsque l'on compare des trajectoires d'utilité, c'est-à-dire qu'elle est insensible à un nombre fini de générations. Cet axiome exclut tous les critères de type règle d'or. Chichilnisky cherche alors la classe de

20. Sur la question du choix du taux d'escompte, voir notamment Gollier (2005).

21. Il considère que le taux d'escompte est « éthiquement indéfendable et provient d'un manque d'imagination ».

22. Michel (1993b) envisage ce cas de figure.

critères qui respectent simultanément la non dictature du présent et celle du futur. Elle montre que ce critère de préférence « soutenable » existe et s'écrit (en supposant une population stationnaire $G = 1$) :

$$IW_0 = \Sigma_{t=-1,\ \dots,+\infty}\,[\Pi_t \cdot U_t] + \Phi(U_\infty),$$

où $\Pi_t = \beta_t \cdot \Pi_{t-1}$ est le produit des facteurs d'escompte instantané notés $\beta_{t=-1,\ \dots,+\infty}$. Ce critère est une combinaison entre un objectif de somme actualisée des bien-être et le critère de la règle d'or qui s'intéresse au seul bien-être stationnaire [23]. Beltratti *et al.* (1993) et Heal (1995) ont étudié l'applicabilité du critère de Chichilnisky dans des problèmes de croissance optimale. Lorsque la ressource naturelle n'est pas renouvelable, le critère de Chichilnisky admet toujours une solution (notion de *green golden rule*). Par contre, si la ressource naturelle est un bien renouvelable, le critère n'admet pas de solution lorsque $\Pi_t / \Pi_{t-1} = \beta_t > 1$ (dans une telle situation la condition de transversalité n'est plus vérifiée [24]).

Une façon d'échapper au critère du taux de préférence pour le présent pourrait consister à calculer le bien-être moyen de toutes les générations. En se fixant un horizon T, un tel critère s'écrit :

$$IW_{0,\mathrm{T}} = \Sigma_{t=-1,\ \dots T}\,[\lambda_t \cdot U_t],$$

avec $\lambda_{t,T} = (\beta_{i=-1,\ \dots T}\, G_i)/(\Sigma_{t=-1,\ \dots,\ \ T}\, \Pi_{i=-1,\ \dots t}\, G_i)$. La pondération λ_t mesure le poids démographique de la génération née à la date t dans une population totale fictive qui tiendrait compte de toutes les personnes nées depuis la nuit des temps et à naître (générations passées, présentes et futures). En se basant sur un horizon infini, ce critère devient :

$$IW_0 = \lim_{T\to+\infty} IW_{0,T}.$$

Si la population est stationnaire ($G = 1$), on a alors :

$$IW_0 = \lim_{T\to+\infty} (1/T) \cdot \Sigma_{t=-1,\ \dots T}\, U_t.$$

Cela revient à utiliser un critère de somme non escomptée des bien-être à ceci près que cette somme est finie et égale à sa moyenne. À l'horizon infini, la moyenne est égale au bien-être stationnaire (U_∞). En l'occurrence, cela revient implicitement à imposer une dictature du futur au sens de Chilchinisky.

Touzé (1999) propose une approche indirecte du facteur d'escompte. Il suggère d'estimer le taux d'escompte implicite (ou plus précisément la préférence révélée du planificateur dans le cadre d'une

23. L'emploi dans une somme escomptée des bien-être d'une chronique de facteur d'escompte $\beta_t \leq 1$ qui vérifie $\lim_{t\to+\infty} \Pi_t = 0$ et $\lim_{t\to+\infty} \beta_t = 1$ peut satisfaire un critère de bien-être social au sens de Chilchinisky. Cependant, une telle invariance du facteur d'escompte peut conduire à une incohérence temporelle dans la mesure où, à chaque période, il est toujours possible de décaler la chronique dans le temps, au final le facteur d'escompte est toujours inférieur à 1.

24. Cette notion sera rappelée ci-après.

économie régulée) reproduit par l'équilibre concurrentiel et d'examiner dans quelle mesure il ne sous-pondère ni ne sur-pondère pas trop injustement certaines générations. Cela suppose que le planificateur social n'a pas une valeur précise du taux d'escompte, mais dispose plutôt d'un intervalle de référence. Le poids implicitement attribué à une génération à un instant t se mesure à l'aide du ratio des utilités marginales de deux générations successives, dont celle de la génération la plus jeune est bonifiée de la productivité marginale du capital : $\beta = u'(c^-)/(R \cdot u'(c))$. On peut trouver une application de ce principe de préférence révélée dans INGENUE (2002) à des fins de comparaisons de réformes des systèmes de retraite par répartition, dont les simulations ont été réalisées à l'aide d'un MEGCGI [25].

La nature difficilement observable et mesurable des bien-être individuels peut amener à adopter un principe de justice pratique qui se traduirait par un critère Maximin [26]. Ce critère dit de Rawls [27] s'intéresse au bien-être de la génération la plus défavorisée. Selon ce principe, le juge impartial ne préjuge pas de l'existence d'une inégalité mesurable entre les générations. Il fonde le concept de justice entre les générations sur un préordre (approche ordinale où on peut seulement classer les niveaux de bien-être) et il en conclut que l'allocation des ressources doit se réaliser en faveur de la génération la plus mal lotie [28]. Le critère s'écrit explicitement : min $\{U(c_t, z_{t+1})\}_{t=-1,\ldots,+\infty}$. Dès lors que le profil d'accumulation de capital est inférieur à celui de la règle d'or et que la technologie de production est stationnaire (absence de chocs), on peut trouver un principe de croissance nulle [29] du simple fait qu'une accumulation de capital supérieure à la dotation initiale (k_0) favoriserait les générations futures alors qu'il serait possible d'améliorer le sort des premières générations en réduisant l'accumulation de capital au profit de leur consommation [30].

Enfin une approche égalitariste pourrait consister à minimiser les écarts absolus de bien-être entre les générations [31]. Un tel critère

25. Sur ce sujet, voir Le Cacheux et Touzé (2002).

26. On peut aussi traduire ce critère par une forte aversion aux inégalités sociales : on fait comme si toutes les générations se trouvaient systématiquement dans la pire des configurations.

27. À propos du taux d'escompte, Rawls conclut (p. 234) que : « Dans le cas de l'individu, une pure préférence temporelle est irrationnelle : elle signifie qu'il ne considère pas tous les moments comme des parties égales de sa vie. Dans le cas de la société, une préférence purement intertemporelle est injuste : elle signifie (dans le cas le plus courant pour lequel le futur compte d'un poids moindre) que les vivants tirent avantage de leur position dans le temps pour favoriser leurs propres intérêts. »

28. Phelps et Riley (1978) ainsi que Lang (1996) ont travaillé sur la question.

29. Lang (1996) trouve une autre solution stationnaire car il ignore la génération née en $t = -1$ et encore en vie en $t = 0$.

30. Il est intéressant de remarquer que le choix d'un taux d'escompte public (qui traduit une préférence générationnelle) conduit à une croissance du bien-être dans le temps dès lors que le stock de capital est inférieur à celui de la règle d'or modifiée ($f'(k_0) > 1/\beta + \delta - 1$). Dans le cadre d'un critère maximin, qui peut paraître plus neutre d'un point de vue générationnel, la solution « juste » sera plus sévère puisqu'elle préconise une stationnarité du bien-être. Ce point est paradoxal.

31. Un tel critère cherche à minimiser l'envie. Ce concept d'envie traduit le fait qu'une génération pourrait manifester un sentiment d'envie vis-à-vis des générations mieux loties.

conduirait très vraisemblablement vers le résultat rawlsien dans le cadre d'une économie où la technique de production serait stationnaire. En effet, une trajectoire stationnaire, avec $k_t = k_0$, $c_t = c_{-1}$ et $z_t = z_0$, produirait une constance du bien-être et, par voie de conséquence, un écart absolu nul.

Au final, ces différentes approches alternatives présentes des voies intéressantes même si elles ne sont pas sans défaut. Il reste donc encore matière pour poser une démarche qui fasse preuve de suffisamment d'« imagination » pour succéder à la somme des bien-être escomptés.

1.4. Décentraliser l'optimum social, ou le fondement de la politique sociale dynamique

Supposons que le planificateur adopte un critère de somme escomptée des bien-être comme critère de bien-être social et que l'économie considérée présente une incertitude sur ses fondamentaux. Un tel critère peut s'écrire :

$$IW_0 = \mathrm{E}_0[\Sigma_{t = -1, \ldots, +\infty}[\Pi_t \cdot U_t]],$$

avec $\Pi_t = G_t \cdot \beta \cdot \Pi_{t-1}$.

Le planificateur recherche la trajectoire d'accumulation de capital (S) et de partage des ressources disponibles pour la consommation (c et z) qui maximise ce critère et qui respecte la contrainte de ressource suivante :

$$S = f(k) + (1 - \delta)\cdot k - c - z/G,$$

avec $S = G^+ \cdot k^+$. Dans le cadre des exemples théoriques, nous supposerons, afin de limiter les notations et sans perte de généralité, que le taux de dépréciation du capital (δ) est égal à 1.

La résolution du problème d'optimisation intertemporelle conduit à deux types d'arbitrages à chaque période (conditions du premier ordre) :

(1) une règle d'accumulation de capital (S) : il s'agit de partager les ressources disponibles entre les générations vivantes à cette période et les générations futures ;

(2) une règle de partage de la consommation entre les générations vivantes (c pour les jeunes actifs et z pour les retraités).

En ce qui concerne la règle d'accumulation du capital, le planificateur trouvera « utile » d'épargner plus tant que le coût en bien-être pour les générations présentes sera inférieur au bénéfice en bien-être pour les générations futures. À profil de consommation donné des retraités, une unité supplémentaire d'épargne représente un coût en bien être égal à $\mathrm{E}[U_c(c, z^+)]$ pour les actifs tandis que le gain marginal est le produit de l'effet de dilution de ce supplément d'épargne parmi une population active plus nombreuse ($1/G^+$), de la productivité marginale du capital par tête (supplément de consommation disponible pour chaque actif : $f^+{}'(S/G^+)$), de l'utilité marginale de la consommation des futurs actifs ($U_c(c^+, z^{++})$) qui bénéficie à une population G^+ fois plus nombreuse et qui est actualisée par le facteur d'escompte (β), soit un bénéfice égal à : $\beta\cdot\mathrm{E}[f^+{}'(S/G^+)\cdot U_c(c^+, z^{++})]$ où E désigne l'opérateur espérance mathématique. L'optimum social est atteint lorsqu'il observe l'égalité entre les coûts et les bénéficies sociaux marginaux :

$$\mathrm{E}[U_c(c, z^+)] = \beta\cdot\mathrm{E}[f^+{}'(S/G^+)\cdot U_c(c^+, z^{++})].$$

L'effet lié à la dilution du supplément d'épargne ($1/G^+$) est intégralement compensé par l'effet d'un bénéfice de consommation qui profite à une génération G^+ fois plus nombreuse. Dans l'évaluation des bénéfices sociaux associés à l'épargne, ces deux effets n'apparaissent donc plus.

Lorsque $u_{cz} < 0$, l'utilité marginale de la consommation présente est dépendante du niveau de consommation future. La concavité de la fonction de bien-être induit que l'utilité marginale de la consommation présente sera d'autant plus élevée que le niveau de consommation future sera faible. Il sera donc d'autant plus utile d'être généreux avec une génération pendant sa jeunesse qu'elle ne pourra pas être bien traitée dans le futur. Lorsque la fonction de bien-être est temporellement séparable ($u_{cz} = 0$), cette dépendance temporelle disparaît et on obtient une condition simplifiée :

$$u'(c) = \beta\cdot\mathrm{E}[f^+{}'(S/G^+)\cdot u'(c^+)].$$

Quant à la règle de partage entre les générations présentes, le planificateur cherche à maximiser le bien-être instantané. Compte tenu du poids relatif des actifs, le coût financier d'une unité supplémentaire de consommation pour les plus âgés représente $1/G$ unité de consommation pour les actifs. Le planificateur trouvera « utile » d'accroître la consommation de la génération la plus âgée tant que le bénéfice social induit en terme de bien-être accru ($\rho\cdot U_z(c^-, z)$) sera supérieur à son coût en terme de baisse du bien-être des actifs ($\mathrm{E}[U_c(c, z^+)]$) qui sont G fois plus nombreux et dont la pondération sociale est β, soit un coût social égal à : $G\cdot 1/G\cdot\beta\cdot\mathrm{E}[U_c(c, z^+)]$. L'optimum social est réalisé dès lors que l'égalité est vérifiée :

$$\beta\cdot\mathrm{E}[U_c(c, z^+)] = U_z(c^-, z).$$

Lorsque $u_{cz} < 0$, le phénomène de dépendance temporelle des utilités marginales conduit le planificateur à être d'autant plus généreux avec la génération la plus âgée que cette dernière a été mal traitée pendant sa période de jeunesse. De même, cette générosité sera d'autant plus justifiée que le planificateur anticipera un niveau de consommation élevé dans le futur pour la génération la plus jeune. Lorsque la dépendance temporelle disparaît (cas où la fonction d'utilité est temporellement séparable), on observe la condition :

$$\beta \cdot u'(c) = \rho \cdot u'(z).$$

Il est intéressant de remarquer que, dans cette configuration, le partage de la richesse disponible pour la consommation est d'autant plus favorable pour les vieux que le taux d'escompte public est élevé (β faible) et le taux d'escompte privé faible (ρ élevé).

Ensuite, le planificateur doit s'assurer qu'une condition d'optimalité du second ordre, dite de transversalité, est satisfaite. Elle garantit que la solution qui satisfait les conditions du premier ordre est bien un optimum. À des fins de simplicité de l'exposé, nous ne discuterons pas de cette condition. Stockey et Lucas (1989) donnent des conditions suffisantes et une démarche pour l'approcher dans le cadre d'un objectif social de somme escomptée des bien-être. Lacaze (1991) rappelle que le point central pour satisfaire cette condition est la concavité générale du problème de maximisation étudié (f et u concaves). La sommabilité du critère à maximiser est aussi une condition nécessaire [32].

Enfin, un dernier préalable à la décentralisation de l'optimum social doit être discuté. Il faut s'assurer de l'existence et de l'unicité de la trajectoire de croissance optimale. Stockey et Lucas (1989) montrent l'existence et l'unicité de la solution dans le cadre du problème standard de croissance optimale avec une somme escomptée des bien-être.

La politique économique dynamique va alors reposer sur une politique de transfert qui consistera à prélever une cotisation sur les salaires des actifs pour financer une ressource complémentaire au revenu de l'épargne pour les inactifs. Il s'agit d'une politique sociale assimilable à un système de retraite par répartition. Cette politique permet simultanément d'influencer les comportements d'épargne (on modifie les dotations de revenus sur le cycle de vie) ainsi que les niveaux de consommation des jeunes et des retraités. On notera T_t le montant prélevé sur le revenu des actifs. Dans une économie de marché, chaque individu cherchant à maximiser son bien-être de cycle de vie sous sa contrainte de revenu, il en ressort l'arbitrage :

$$U_c(c, z^+) = \mathrm{E}[R^+ \cdot U_z(c, z^+)],$$

avec $c = w - T - S$ et $z^+ = R^+S + G^+T^+$.

On en déduit une fonction d'épargne complexe dont les arguments sont le revenu net de la cotisation sociale, la rémunération de l'épargne et le montant de la retraite anticipé : $S(w - T,\ R^+,\ G^+T^+)$. La politique

32. De la Croix et Michel (2002, chap. 2) énoncent une condition suffisante pour la satisfaction de la condition de transversalité dans le cadre d'un programme de croissance optimale avec générations imbriquées.

annoncée (et engagée [33]) de retraite doit conduire à l'accumulation de capital de croissance optimale et aux niveaux de consommation jugés socialement justes [34].

2. Cycle régulier et prévisible dans une économie à générations imbriquées

Dans cette deuxième partie, nous nous intéressons à une économie soumise à une situation de cycle exogène déterministe. Trois exemples vont faire l'objet d'une étude particulière. Le premier est celui d'une économie agraire en l'absence d'accumulation de capital. Cet exemple donne une illustration d'un cycle agraire inégalitaire et de la possibilité de corriger les inégalités par un partage équitable entre les générations. Le deuxième exemple généralise le précédent et introduit un cycle démographique. Enfin, le dernier exemple introduit un cycle régulier et parfaitement anticipé dans le modèle à générations imbriquées standard avec accumulation de capital.

2.1. Cycle agraire dans une économie sans accumulation de capital

Le cycle régulier est un phénomène naturel qu'il est possible de mettre en évidence dans le cadre de sociétés agraires qui respectent, par exemple, le cycle de fertilité des sols et appliquent en conséquence une règle de type jachère. Supposons que trois types de terres sont cultivables dont l'une est plus fertile que les deux autres. Le cycle de la fertilité de la terre se traduit par un retrait de la culture après la deuxième période d'exploitation. Pour des raisons de rendement d'échelle, une terre est toujours exploitée intégralement et ne peut donc être sujette à une exploitation partielle. Pour des raisons évidentes de survie de la communauté, les trois terres ne sont jamais exploitées simultanément. Dans cet exemple, si deux terres produisent la quantité y_a et l'autre $y_b > y_a$, la production agricole va alors suivre un cycle de trois périodes $\{y_1\,;y_2\,;y_3\} = \{y_a + y_b\,;y_a + y_b\,;2\cdot y_a\}$: deux périodes de fortes productions succèdent à une période de faible production et ainsi de suite. On suppose que la production n'est pas stockable, que chaque

33. Dans le cadre de ce travail, on n'envisage pas la question du respect (cohérence temporelle) des politiques annoncées par rapport aux politiques engagées.

34. La chronique de transferts $\{T_t\}_{t=0,\ldots,+\infty}$ est déterminée de façon à ce que les comportements privés reproduisent les deux conditions du premier ordre de l'optimum social. De la Croix et Michel (2002, chap. 3) fournissent les preuves de l'existence de la solution de transferts sociaux susceptibles de décentraliser l'optimum social.

période est suffisamment longue et qu'en parallèle, à chacune de ces périodes de production, vivent simultanément deux générations d'individus : des parents inactifs en dernière période de vie et leurs enfants actifs [35] en première période de vie.

Dans une perspective où chaque génération peut vivre des périodes d'abondance ou de pénurie, il est opportun de réfléchir au mode juste de partage des ressources qui pourrait être mis en œuvre. À défaut de choisir un critère normatif élaboré, un critère simple pourrait être la consommation totale espérée sur le cycle de vie. Compte tenu de ces hypothèses, il faudrait alors adopter une répartition des ressources qui vérifie les égalités : $c_1 + z_2 = c_2 + z_3 = c_3 + z_1$ où les indicateurs temporels 1, 2 et 3 désignent les périodes du cycles. Si on note $\lambda_{i = 1, 2, 3}$ les parts de la production agricole attribuées aux jeunes à chaque période, on obtient les égalités :

$$\lambda_1 \cdot y_1 + (1 - \lambda_2) \cdot y_2 = \lambda_2 \cdot y_2 + (1 - \lambda_3) \cdot y_3 = \lambda_3 \cdot y_3 + (1 - \lambda_1) \cdot y_1.$$

Plusieurs solutions $\lambda_i<1$ respectent cette règle égalitaire de répartition des ressources. Par exemple si $\{y_1 ; y_2 ; y_3\} = \{100 ; 100 ; 70\}$, la consommation totale moyenne de cycle de vie est de 90 unités et la règle de partage $\{\lambda_1 ; \lambda_2 ; \lambda_3\} = \{1/2, 3/5, 4/7\}$ permet de garantir cette égalité des consommations. Dans cet exemple, il existe toujours une solution, car les dotations disponibles par génération à chaque période ne sont jamais supérieures au total recherché sur le cycle de vie [36]. En revanche, si on envisage un autre cas de figure avec deux périodes de forte pénurie, on pourrait avoir : $\{y_1 ; y_2 ; y_3\} = \{100 ; 10 ; 10\}$. Dans ce cas, il n'existe pas de solution strictement égalitaire car il existe une période où la production par génération vivante (première période = 50 unités par génération) est supérieure au total recherché de consommation égalitaire (40 unités sur le cycle de vie par génération). Cela signifie que le minimum du maximum à consommer pour une génération pendant une période d'abondance est supérieur au total moyen.

Les hypothèses posées dans ce premier exemple sont restrictives et on pourrait envisager des fluctuations plus complexes de la productivité des terres : cycle plus long ou risque d'intempéries. De plus, on oublie que parmi les exploitants agricoles, il y en a probablement de plus ingénieux que les autres qui auront l'idée d'accroître le rendement de la terre en utilisant des apports azotés ou en développant de nouvelles méthodes de culture. Par ailleurs, le facteur démographique est absent. On peut imaginer que les bonnes années de production permettent

35. Dans cette économie, le cycle observé à une période donnée est en partie endogène et dépend du choix de la première génération qui a exploité la terre. En l'occurrence, celle-ci aura très rationnellement choisi d'exploiter la meilleure terre. La dynamique observée est donc intrinsèquement la conséquence d'un choix originel (sensibilité aux conditions initiales).

36. À chaque période, il est toujours possible de donner à chaque génération moins que le total égalitaire sans gâchis.

d'élever plus d'enfants car ils ont plus de chance de survivre, et inversement. On obtiendrait alors un cycle démographique corrélé au cycle de la production. Enfin, le stockage d'une partie de la production est un mode assez efficace pour lisser les chocs. Cette hypothèse mérite d'être abordée. Par conséquent, pour poser un problème réaliste de partage des richesses entre les générations, il faudrait tenir compte de ces réalités supplémentaires. Cet exemple apparaît donc réducteur mais il permet au moins d'illustrer, dans un cadre très simple, l'idée selon laquelle une modification régulière et prévisible des fondamentaux de la société pourrait engendrer des inégalités de richesse entre les générations. Les exemples suivants vont tenter d'apporter quelques généralisations.

2.2. Cycle économique et démographique dans une économie à la Samuelson

Considérons maintenant un cycle d'ordre N qui se manifeste par un changement régulier de la production (productivité moyenne du travail) ainsi que de la démographie (facteur de croissance). Ce cycle est parfaitement anticipé et il est ainsi décrit : $x_t = x_{t-N}$ avec $x = y$ ou G. On note $\{x_1, \ldots, x_N\}$ la chronique complète du cycle. La taille de la population est supposée stable en moyenne pendant le cycle. Cette hypothèse conduit implicitement à adopter une moyenne géométrique unitaire pour le facteur de croissance démographique.

Le planificateur social observe une succession de générations qui vont subir différents états de la nature, et il cherche alors à atteindre un bien-être social maximal. Ce dernier peut se mesurer à l'aide du bien-être total pendant un cycle. Il s'écrit :

$$IW = \Sigma_{i = 1, \ldots, N} L_i \cdot U(c_i, z_{i+1}).$$

avec pour contrainte de ressource : $c_i + z_i/G_i = y_i$, et L_i qui représente la taille de la population active à la période i.

L'optimalité sociale est réalisée lorsque le planificateur opère, à chaque période i, une allocation des ressources qui vérifie l'arbitrage (condition du premier ordre) :

$$U_c(c_i, z_{i+1}) = U_z(c_{i-1}, z_i).$$

Si l'utilité marginale montre une dépendance temporelle ($U_{cz} < 0$), l'allocation optimale des ressources est complexe à réaliser car le problème économique présente $2 \cdot N$ équations (les contraintes de ressources et les conditions du premier ordre) avec $2 \cdot N$ inconnus (les niveaux de consommation des jeunes et des vieux). Le partage de la ressource présente, entre les jeunes et les vieux, dépendra alors de l'alternance des chocs (positifs ou négatifs). En revanche, si le bien-être de cycle de vie est temporellement séparable, la juste allocation des ressources répond à un simple et instantané arbitrage social sans préoccupation passée ni future. L'optimum social est alors atteint lorsque la consommation des jeunes (c_i) est solution de l'égalité :

$$u'(c_i) = v'(G_i \cdot (y_i - c_i)).$$

Les niveaux de consommation des jeunes et des vieux sont alors positivement et uniquement dépendants de la productivité moyenne du travail (y_i) et de la croissance démographique (G_i). En l'absence de cycle (avec $G_i = 1$ et y_i constant), on retrouve la règle d'or de Samuelson.

2.3. Économie cyclique avec accumulation de capital

Examinons un autre cas de figure de cycles économiques qui se manifestent par un changement régulier et prévisible des variables fondamentales de l'économie dans le cadre d'une économie avec accumulation de capital. La technique de production est supposée Cobb-Douglas : $f(k) = A \cdot k^\theta$ où A est la productivité globale des facteurs (PGF) et θ est le coefficient de capital. On suppose également que la fonction d'utilité de cycle de vie est temporellement séparable (pas de dépendance temporelle de l'utilité marginale) et logarithmique : $U(c, z^+) = \log c + \rho \cdot \log z^+$.

Considérons un cycle d'ordre N qui affecte la productivité globale des facteurs, le coefficient de capital et le facteur de croissance démographique[37]. Ce cycle est régulier et parfaitement anticipé. Il est décrit de la façon suivante : $x_t = x_{t-N}$ avec $x = A$, θ ou G. On note $\{x_1, ..., x_N\}$ la chronique complète du cycle.

Le planificateur adopte un critère de bien-être social de somme escomptée des bien-être. Il est à la recherche d'une trajectoire d'accumulation de capital et de partage des ressources qui satisfait les conditions du premier ordre telles qu'elles ont été énoncées dans la première partie :

$$u'(c) = \beta \cdot f'(S/G^+) \cdot u'(c^+)$$

et

$$\beta \cdot u'(c) = \rho \cdot u'(z).$$

La condition de transversalité est supposée vérifiée[38].

37.Dans le cadre d'un cycle démographique de deux périodes, Green (1988) prétend qu'il y a un risque d'appartenir à une génération trop nombreuse. Selon lui, une génération « trop » nombreuse subit deux chocs négatifs : la réduction de la rémunération de son travail pendant l'activité (la productivité du travail diminue par effet de dilution du capital productif) et la baisse de la rémunération de son épargne lorsqu'elle est à la retraite (plus faible productivité du capital si la génération active suivante est moins nombreuse). Son raisonnement tient surtout si le stock de capital est constant dans le temps (par exemple, une dotation en terre agricole).

38. L'approche de Stockey et Lucas (1989) peut s'appliquer à ce problème de croissance avec cycle.

La seconde condition d'optimalité conduit à une règle de proportionnalité entre les niveaux de consommation des jeunes et des vieux : $z = \rho/\beta \cdot c$. Cette règle permet d'exprimer le niveau de consommation des jeunes comme une proportion de la production disponible pour la consommation : $c = h(G) \cdot [f(k) - G^{+} \cdot k^{+}]$ avec $h(G) = 1/(1 + \rho/(\beta \cdot G))$ qui mesure cette proportion. Cette dernière dépend positivement de la croissance démographique ($h'(G)>0$), conséquence du fait qu'une diminution du poids relatif des inactifs engendre une augmentation de la consommation relative disponible par actif.

La première condition peut se réécrire en termes de taux d'épargne où s_i désigne le taux d'épargne optimal associé à la période i :

$$1 / [h(G_i) \cdot (1 - s_i)] = (\beta \cdot 1/s_i \cdot G_{i+1} \cdot \theta_{i+1}) / [h(G_{i+1}) \cdot (1 - s_{i+1})].$$

Cette propriété d'écriture en termes de taux d'épargne présent (s_i) et de taux d'épargne anticipé (s_{i+1}) résulte des règles de proportionnalité induites par la fonction d'utilité logarithmique et du rendement d'échelle constant θ^{+} qui caractérise la technologie Cobb-Douglas. Avec une technologie Cobb-Douglas, l'épargne réalisée aujourd'hui engendre une productivité du capital qui représente une fraction θ^{+} de la productivité moyenne $f(k^{+})/k^{+}$. Du fait que l'utilité marginale de la consommation des actifs est inversement proportionnelle au niveau de production, il en ressort que les niveaux de production par tête se compensent et disparaissent dans les arbitrages en termes relatifs. Il existe dès lors une détermination de la solution en termes de taux d'épargne.

Pour les mêmes raisons, les niveaux de PGF (A_i et A_{i+1}) n'interviennent pas dans la détermination du taux d'épargne de croissance optimale. En revanche, le niveau de PGF présent influence le niveau d'épargne puisque on a : $S_i(k) = s_i \cdot A_i \cdot k^{\theta_i}$.

Le taux d'épargne associé à la période i (s_i) décrit une relation croissante avec le coefficient de capital (θ_{i+1}). Le coefficient de capital est un élément déterminant de la productivité du capital. Plus ce dernier est élevé, plus il est « utile » de transférer du capital dans le futur car ce dernier est particulièrement productif.

En revanche, l'influence de la croissance démographique anticipée (G_{i+1}) peut paraître indéterminée car une population active future plus importante signifie une plus forte productivité du capital (il est d'autant plus intéressant d'épargner que la productivité du capital est forte), d'une part, et une population âgée à nourrir relativement moins nombreuse (il est moins intéressant d'épargner car il y a une réduction des besoins relatifs futurs), d'autre part. Le ratio $G/h(G)$ mesure l'effet global. Il croît avec G. Il en ressort une influence positive.

L'influence du taux d'épargne anticipé joue positivement sur le taux d'épargne présent. De fait, si le taux d'épargne futur augmente, la richesse disponible pour la consommation dans le futur est réduite. Il en ressort une augmentation nécessaire du taux d'épargne présent afin de préserver un certain lissage des niveaux de consommation dans le temps.

À partir de la réécriture de la condition d'optimalité, on déduit un résultat intéressant en termes de moyenne géométrique des taux d'épargne de croissance optimale. Ce taux moyen est noté s_{mg} et il vérifie :

$$s_{mg} = (\Pi_{i=1,\ldots,N}\, s_i)^{1/N} = \beta \cdot G_{mg} \cdot \theta_{mg},$$

où $G_{mg} = (\Pi_{i=1,\ldots,N}\, G_i)^{1/N}$ et $\theta_{mg} = (\Pi_{i=1,\ldots,N}\, \theta_i)^{1/N}$ sont respectivement les moyennes géométriques du facteur de croissance démographique et du coefficient de capital. On en déduit qu'une élévation de ces deux moyennes joue favorablement sur le taux d'épargne moyen (au sens de la moyenne géométrique). Cette propriété est conforme à celle obtenue en l'absence de cycle où on observe un taux d'épargne constant et égal à $s = \beta \cdot G \cdot \theta$. Si la taille de la population est stable en moyenne pendant le cycle, on observe $G_{mg} = 1$, et on obtient[39] :

$$s_{mg} = \beta \cdot \theta_{mg}.$$

Pour $N = 2$, il est possible d'exprimer les solutions analytiques des taux d'épargne pour chaque période du cycle. En revanche, pour $N>2$, une résolution numérique est nécessaire.

D'un point de vue dynamique, l'accumulation de capital va tendre vers une solution cyclique stationnaire[40] : $\{k_1^*, \ldots, k_N^*\}$. Cette propriété se démontre facilement en remarquant que lorsque l'économie est en période i du cycle, la dynamique d'accumulation de capital peut s'écrire :

$$k_{t+1} = g_i(k_t),$$

avec $g_i(k) = s_i/G_{i+1} \cdot f_i(k)$.

On déduit alors que :

$$k_{t+1} = H_i(k_{t-i+1}),$$

avec $H_i(k_{t-i+1}) = g_i \circ g_{i-1} \circ \ldots g_1 \circ g_N \circ g_{N-1} \ldots \circ g_{i+1}(k_{t-i+1})$.

Par construction, la fonction cumulative H_i est concave et $H_i(0) = 0$. L'équilibre stationnaire non trivial k_i^*, tel que $k_i^* = H_i(k_i^*)$, est donc unique et stable.

Connaissant la suite de taux d'épargne (s_i), l'objectif de consommation pour le planificateur peut s'écrire : $c_i(k) = h(G_i) \cdot (1 - s_i) \cdot f_i(k)$ pour la jeune génération et $z_i(k) = \beta/\rho \cdot c_i(k)$ pour la génération la plus âgée. Il est alors intéressant d'évaluer les modifications induites par la politique sociale par rapport à une économie en situation de laissez-faire. Dans

39. On peut noter que l'hypothèse de population stable en moyenne est une garantie pour avoir un taux d'épargne toujours inférieur à l'unité quelles que soient les valeurs numériques du coefficient de capital et du facteur de croissance démographique.

40. Michel et Pestieau (1993) ont développé l'idée de « règle d'or en moyenne » dans le cadre d'une économie planifiée avec cycles démographiques.

une économie concurrentielle, les arbitrages de cycle de vie conduisent les agents à adopter un niveau d'épargne sur les revenus du travail qui égalise leur utilité marginale de la consommation présente à l'utilité marginale de la consommation future pondérée par la rentabilité de l'épargne et le facteur d'escompte privé. Dans cette économie, le taux d'épargne de laissez-faire est donc $s_{lf} = s_h \cdot (1 - \theta_i)$ où $s_h = \rho/(1+\rho)$ est le taux d'épargne des ménages sur leur revenu salarial et où $(1 - \theta_i)$ est la part des revenus du travail dans le revenu national. À titre de comparaison avec le taux d'épargne optimal, en moyenne (au sens de la moyenne géométrique), ce taux d'épargne de laissez-faire traduit une proportionnalité à la moyenne géométrique de la part des salaires dans la valeur ajoutée. L'arbitrage des acteurs privés révèle donc en moyenne une opposition avec le souhait d'accumulation de richesse du planificateur qui, lui, est sensible à la moyenne du coefficient de capital.

La politique de transfert adoptée par le planificateur social a pour objet, dans le cadre d'une décentralisation de l'optimum social, de régler un problème de partage de ressources entre les générations vivantes (proportionnalité préservée entre les niveaux de consommation) et les générations futures (réalisation d'une accumulation optimale de capital). On note $T_i(k)$ la politique de transfert de revenu de la jeune génération vers la génération âgée en période i du cycle. Cette politique consiste à prélever un montant $T_i(k)$ sur le revenu de chaque actif pour financer un transfert $G_i \cdot T_i(k)$ à chaque retraité. Afin de rendre compatible la politique de transfert avec l'optimum social, cette politique doit vérifier l'égalité :

$$h(G_i) \cdot (1 - s_i) \cdot f_i(k) = (1 - s_i) \cdot f_i(k) - T_i(k),$$

où le terme de gauche représente l'objectif de consommation du planificateur pour les jeunes et le terme de droite, la contrainte budgétaire des jeunes : $c = w - S - T$.

Dès lors que l'économie est régulée, il est important de noter que le taux d'épargne des ménages est modifié par la politique de transfert entre les générations de façon à reproduire l'accumulation de capital désirée par le planificateur. De l'égalité précédente, on déduit un taux de cotisation sociale τ qui est une fonction décroissante de trois arguments (le taux d'épargne, le facteur de croissance démographique et le coefficient de capital) :

$$\tau_i = \tau(s_i;\, G_i;\, \theta_i) = [(1 - s_i) \cdot (1 - h(G_i)) - \theta_i] \,/\, (1 - \theta_i).$$

3. Partage entre les générations et fluctuations stochastiques

Nous adoptons la même technologie Cobb-Douglas que dans l'exemple précédent à ceci près que les paramètres (A et θ) qui décrivent cette fonction de production sont désormais soumis à un processus aléatoire. Concernant la population, la structure de préférence log linéaire est conservée et le facteur de croissance démographique G est également soumis à un processus stochastique. La loi caractéristique de ces variables aléatoires est supposée quelconque mais connue. θ et G sont supposés soumis à un processus stochastique non corrélé au passé et stationnaire : $\mathrm{E}_t(x_{t+1}/I_t) = \mathrm{E}_t(x_{t+1})$ pour $x = \theta$ ou G avec I_t qui désigne l'ensemble d'informations disponibles à la date t. En revanche, ces variables sont parfaitement observables à la date de leur réalisation ($\mathrm{E}_t(x_t/I_t) = x_t$) et leurs fluctuations se réalisent sur un support fini [41] de variation $x \in [x_{\min} ; x_{\max}]$ pour $x = A$, θ ou G avec $x_{\min} > 0$ et $\theta_{\max} \leq 1$.

Le planificateur adopte un critère social de somme escomptée des bien-être. La trajectoire d'accumulation de capital et la règle sociale de partage des ressources pour les générations présentes doivent satisfaire les conditions du premier ordre telles quelles ont été énoncées dans la première partie, à savoir :

$$u'(c) = \beta \cdot \mathrm{E}[f^{+\prime}(S/G^{+}) \cdot u'(c^{+})]$$

et

$$\beta \cdot u'(c) = \rho \cdot u'(\mathrm{z}).$$

L'usage de l'opérateur espérance E traduit dans ce cas de figure le fait que les arbitrages incorporent des gains marginaux espérés et non plus certains. Dans ce cadre stochastique, le niveau d'épargne S est une variable connue à la période présente mais son emploi $k^{+} = S/G^{+}$, en termes d'intensité capitalistique, est incertain puisque soumis à l'incertitude de la croissance démographique. Par ailleurs, on considère que la condition de transversalité est toujours vérifiée [42].

La seconde condition d'optimalité est inchangée par rapport à l'exemple précédent. Elle définit toujours une règle de proportionnalité entre les niveaux de consommation des jeunes et des vieux : $z = \rho/\beta \cdot c$ qui conduit à la règle d'affectation de consommation pour les actifs $c = h(G) \cdot [f(k) - S]$.

41. Cette hypothèse peut être nécessaire pour garantir la nature finie des réalisations économiques en termes de production et de bien-être. Wang (1993) utilise cette hypothèse pour montrer l'existence d'une solution stochastique stationnaire.

42. Ce point n'est pas démontré, mais une démonstration pourrait s'obtenir en suivant l'approche de Stockey et Lucas (1989) qui s'applique également au cas stochastique.

La première condition d'optimalité conduit à l'égalité suivante :

$$1/c = E(\beta \cdot f^{+\prime}(S/G^+)/z^+).$$

Exprimons la solution d'épargne recherchée de la façon suivante : $S = s \cdot f(k)$ où s est le taux d'épargne. Du fait de la relation comptable entre intensité capitalistique et épargne, on trouve :

$$1/[(1-s) \cdot h(G)] = \beta/s \cdot E\big[(\theta^+ \cdot G^+)/(h(G^+) \cdot (1-s^+))\big].$$

Il apparaît donc que le taux d'épargne optimal décrit une relation croissante avec le facteur démographique. La solution à rechercher $s(G)$ vérifie nécessairement la propriété[43] : $s(G)/(1-s(G)) = \eta \cdot h(G)$ où η est un paramètre invariant qui reste à déterminer. Par identification, on obtient :

$$\eta = \beta \cdot E[(\theta^+ \cdot G^+)/(1/h(G^+) + \eta)],$$

et on trouve :

$$\eta = \beta/(1 - \beta \cdot E(\theta^+ \cdot G^+)) \cdot E\big[(\theta^+ \cdot G^+/h(G^+)\big].$$

Puisque $G^+/h(G^+) = G^+ + \rho/\beta$, ce paramètre η se réécrit :

$$\eta = \beta/\big(1 - \beta \cdot E(\theta^+ \cdot G^+)\big) \cdot \big\{E(\theta^+ \cdot G^+) + \rho/\beta \cdot E(\theta^+)\big\}.$$

On en déduit alors le taux d'épargne de croissance optimale stochastique :

$$s(G) = \eta \cdot h(G)/\big(1 + \eta \cdot h(G)\big),$$

avec la propriété $s'(G) > 0$.

L'influence positive de la croissance démographique résulte de la propriété qu'une génération active plus nombreuse réduit le poids relatif des inactifs en termes de consommation[44] : il en ressort la possibilité d'accroître simultanément la part des jeunes dans la consommation totale et le taux d'épargne. Le paramètre η influe également positivement sur le taux d'épargne. Il traduit une sensibilité particulière à la distribution du coefficient de capital et du facteur de croissance démographique dans le sens où ce paramètre intègre une mesure moyenne du futur en termes de rendements du capital pour des raisons technologiques (θ^+) ou d'effet d'intensité capitalistique (G^+) ainsi que de besoin de consommation en termes de poids relatif des générations âgées (mesuré implicitement par la relation $h(G^+)$). Ce paramètre est positivement sensible à $E(\theta^+ \cdot G^+)$ et à $E(\theta^+)$.

Si θ^+ et G^+ suivent des processus stochastiques indépendants, on peut réécrire :

$$\eta = \beta/\big(1 - \beta \cdot E(\theta^+) \cdot E(G^+)\big) \cdot E(\theta^+) \cdot E\big(G^+/h(G^+)\big).$$

43. Stockey et Lucas (1989) donnent une démonstration de l'unicité de la fonction d'accumulation de capital, solution du problème de croissance optimale stochastique dans un cadre plus général.

44. Une génération plus nombreuse provoque également une dilution du capital par tête qui réduit la productivité moyenne par travailleur.

L'influence de $E(\theta^+)$ (moyenne du coefficient de capital) est positive sur le paramètre η. En revanche, l'influence de la distribution de G^+ est plus ambiguë car elle ne se mesure pas uniquement à l'aide de son premier moment $E(G^+)$ (niveau moyen de la croissance démographique) mais également sous la forme $E(G^+/h(G^+))$ qui combine les effets de rentabilité accrue du capital (numérateur) et de réduction du poids relatif de la génération la plus âgée (dénominateur). Puisque ce terme se réécrit : $E(G^+/h(G^+)) = E(G^+) + \rho/\beta$, on déduit qu'une augmentation de l'espérance de la croissance démographique accroît nécessairement le terme $E(G^+/h(G^+))$. Il en ressort une influence positive de la croissance démographique moyenne anticipée sur le taux d'épargne. Dans la configuration d'une population stable, on observe $E(G^+) = 1$ et le paramètre η se réécrit :

$$\eta = \beta/\left(1-\beta\cdot E(\theta^+)\right)\cdot E(\theta^+)\cdot(1+\rho/\beta).$$

En situation de laissez-faire, les choix privés conduisent à l'arbitrage $u'(c) = \rho\cdot E(R^+u'(z^+))$. Compte tenu de la structure de préférence supposée, le taux d'épargne de laissez-faire est identique au cas précédent : $s_{lf} = s_h\cdot(1-\theta)$. Ce dernier est (positivement) sensible à la seule variation de la part des salaires tandis que le taux d'épargne de croissance optimale n'est sensible qu'à la seule variation de la population active.

La régulation de l'économie conduit le planificateur à adopter une fonction de transfert $T(k, \theta, G)$. Celle-ci doit garantir des comportements compatibles avec le profil optimal d'accumulation et de consommation. Dès lors que ces objectifs sont connus, on en déduit le niveau de transfert. La régulation du niveau de consommation de la génération active se traduit alors par les égalités : $c = h(G)\cdot(1 - s(G))\cdot f(\mathrm{k})$ (objectif du planificateur) et $c = w - S - T$ (contrainte de ressources du ménage). On déduit la politique sociale :

$$T(k,\theta, G) = (1-\theta)\cdot f(k) - s(G)\cdot f(\mathrm{k})$$

ainsi qu'un résultat en terme de taux de cotisation social optimal :

$$\tau(\theta,G) = \left[(1-s(G))\cdot(1-h(G)) - \theta\right]/(1-\theta).$$

Cette politique de transfert présente une forte similitude avec celle obtenue dans le cadre d'une économie cyclique déterministe. Si G augmente, le taux de cotisation diminue (la population active est plus nombreuse pour financer les retraites ; il en résulte une moindre pression fiscale pour les retraites). De même, si la part des revenus du capital augmente, le taux de cotisation diminue également car la part des salaires a diminué au profit des revenus de l'épargne qui profitent aux rentiers (population la plus âgée) tandis que le revenu par tête a augmenté. Il est intéressant de remarquer que la solution $\tau(\theta,G)<0$ (le taux de cotisation sociale est négatif : les inactifs financent la consommation et l'épargne des jeunes) est possible dès lors que $(1-s(G))\cdot(1-h(G))<\theta$. Cette situation traduit un coefficient de capital particulièrement élevé accompagné d'une croissance suffisamment forte de la population active.

4. Conclusion

Cet article a identifié une stratégie pour le planificateur social dans le cadre d'économies dynamiques dont les fondamentaux présentent une instabilité exogène. Ce cadre théorique semble pertinent au regard de la réalité économique qui présente sur longue période des irrégularités qui ont souvent conduit les sociétés à revoir leur mode d'allocation des ressources entre les générations (par exemple, la création des systèmes de retraite par répartition au milieu du XX^{e} siècle ou la réforme des retraites en ce début de XXI^{e} siècle).

Ces exemples fondent une politique de retraite par répartition qui permet de décentraliser l'optimum social dans un contexte de fluctuations liées à un cycle prévisible ou bien à une incertitude macroéconomique. Bien que les résultats soient conditionnés aux caractéristiques adoptées, il en ressort que le taux de dépendance et la part des revenus du travail dans la valeur ajoutée jouent un rôle important dans l'orientation du taux de cotisation sociale qui finance la retraite par répartition. Le taux de cotisation sociale optimal apparaît comme une fonction croissante de ces deux arguments. En revanche, la recherche d'un taux d'épargne élevé oriente à la baisse le taux de cotisation optimal. Les niveaux anticipés de la croissance démographique et du coefficient de capital constituant des indicateurs de la productivité marginale future du capital, leur influence est positive sur le taux d'épargne (la part du revenu national mise en réserve pour la production future) de croissance optimale.

Dans cet article, on s'est contenté d'explorer la question de la redistribution entre les générations dans un cadre de fluctuations exogènes. Le principal point mis en réserve dans cette analyse est la variation endogène des fondamentaux. Il va de soi que les effets sur les fondamentaux provoqués par la recherche, l'éducation, la fertilité ou la pollution résultent de choix présents aux externalités élevées (positives ou négatives). L'autre débat est donc celui de la prévention des risques, de l'investissement en R&D et de leurs conséquences sur l'incertitude macroéconomique [45].

45. Sur le sujet de l'irréversibilité, voir notamment Biais *et al.* (2004).

Références bibliographiques

ALLAIS M., 1947 : *Economie et Intérêt*, Imprimerie Nationale, Paris.

AUERBACH A J., J. GOKHALE et L. KOTLIKOFF, 1991 : « Generational Accounts: A Meaningful Alternative to Defici Accounting », *in* D. BRADFORD (ed), *Tax Policy and the Economy*, vol. 5, MIT Press, pp. 55-110

BELTRATTI A., G. CHILCHINISKY et G. HEAL, 1993 : « Sustainable Growth and the Green Golden Rule », NBER WP n° 4430.

BIAIS B., N. TREICH et C. GOLLIER, 2004 : « Scientific Progress and Irreversibility: An Economic Interpretation of the Precautionary Principle », *Journal of Public Economics*, vol. 75, 2000, pp. 229-253.

BOURGEOIS-PICHAT J., 1994 : *La dynamique des populations*, Ined-PUF.

CHAMLEY C., 1986 : « Optimal Taxation of Capital Income in General Equilibrium with Infinite Lives », *Econometrica*, 54 (3), pp. 607-622.

CHICHILNISKY G., 1996 : « An Axiomatic Approach to Sustainable Development », *Social Choice and Welfare*, 13, pp. 231-257.

De LA CROIX D. et P. MICHEL, 2002 : *A Theory of Economic Growth*, Cambridge University Press.

DIAMOND P., 1965 : « National Debt in a Neoclassical Growth Model », *American Economic Review*, 55, pp. 1126-1150.

FLEURBAEY M. et P. MICHEL, 1992 : « Quelle justice pour les retraites? », *Revue d'Economie Financière*, 23, pp. 47-64.

GOLLIER C., 2005 : « Quel taux d'actualisation pour l'avenir? », *Revue française d'économie*, vol. 19, 2005, pp. 59-82.

GREEN J. R., 1988 : « Demographics, Market Failure, and Social Security », in S. M. Wachter (Ed.), *Social Security and Private Pensions*, Lexington Books.

HEAL G. M., 1995 : *Lectures Notes on Sustainability*, mimeo Columbia University.

INGENUE 2002 : « Incidences économiques, politiques et redistributives des réformes des retraites en Europe », *Revue économique*, 53 (4), pp. 485-506.

LACAZE D., 1990 : *Optimisation appliquée à la gestion et à l'économie*, Economica.

LANG G., 1996 : *On Overlapping Generations Models with Productive Capital*, Springer-Verlag.

LE CACHEUX J. et V. TOUZÉ, 2002 : « Les modèles d'équilibre général calculable à générations imbriquées : enjeux, méthodes et résultats », *Revue de l'OFCE*, Janvier.

LERNER A. P., 1959 : « Consumption-Loans, Interest and Money » et « Rejoinder », *Journal of Political Economy*, 67, pp. 512-518 et pp. 523-525.

MASSON A., 1999 : « Quelle solidarité intergénérationnelle ? », *Revue Française d'Économie*, 14(1), p. 27-90.

MICHEL P., 1993a : « Le modèle à générations imbriquées, un instrument d'analyse macroéconomique », *Revue d'Economie Politique*, 103 (2), pp. 191-220.

MICHEL P., 1993b : « Croissance et équilibre intertemporel : une présentation simple d'un modèle de base », *in* P. Malgrange et L. Salvas-Bronsard (Eds), *Macroéconomie - Développements récents*, Economica-Presse de l'Université du Québec.

MICHEL P. et P. PESTIEAU, 1993 : « Croissance optimale avec population fluctuante », *Revue économique*, mai, pp. 615-624.

PHELPS E. S. et J.-C. RILEY, 1978 : « Rawlsian Growth: Dynamic Programming of Capital and Wealth for Intergenerational « Maximin » Justice », *Review of Economic Studies*, 45, pp. 103-120.

RAOULT D., 2005 : *Rapport sur le bioterrorisme*, Rapport remis aux ministres de la Recherche et de la Santé, 2 août.

RAWLS J., 1971 : *A Theory of Justice*, Harvard University Press, (traduction française : *Théorie de la Justice*, Editions du Seuil, 1997).

RAMSEY F., 1928 : « A Mathematical Theory of Saving », *Economic Journal*, 39, pp. 543-559.

SAMUELSON P.A., : 1958 : « An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money », *Journal of Political Economy*, 66, pp. 467-482.

SAMUELSON P.A., 1959 : « Reply » to Lerner, *Journal of Political Economy*, 1959, 67, pp. 518-523.

STOCKEY N. L. et R. E. LUCAS, 1989 : *Recursive Methods in Economic Dynamics*, Harvard University Press.

TOUZÉ V., 1999 : *Financement de la sécurité sociale et équilibre entre les générations*, Thèse, Université de Paris X.

WANG Y., 1993 : « Stationary Equilibria in an Overlapping Generations Economy with Stochastic Production », *Journal of Economic Theory*, 61, pp. 423-435.