

## Document de travail

---

**« Substituabilité des facteurs et rendements d'échelle sectoriels en France : une estimation par une fonction de coût flexible »**

**N° 2009-37  
Décembre 2009**

**Frédéric Reynès**  
*(OFCE-Institute for Environmental Studies, University Amsterdam)*

**Yasser Yeddar-Tamsamani**  
*(OFCE-Centre d'Economie de la Sorbonne, Université Paris 1)*

# Substituabilité des facteurs et rendements d'échelle sectoriels en France: une estimation par une fonction de coût flexible

Frédéric REYNÈS <sup>♦♦</sup> et Yasser YEDDIR-TAMSAMANI <sup>♦♦1</sup>

<sup>♦</sup> OFCE Centre de recherche en économie de Sciences Po  
<sup>♦</sup> IVM - Institute for Environmental Studies, VU University Amsterdam  
<sup>♦</sup> CES-Centre d'Economie de la Sorbonne, Université Paris 1

## Résumé :

Cet article estime une fonction de coût Translog sur données sectorielles françaises pour la période 1978-2006 en supposant une technologie à 4 facteurs de production : capital, travail, énergie, matériel (KLEM). Il apparaît que : (1) contrairement aux hypothèses d'une fonction CES, les niveaux d'élasticité de substitution diffèrent entre chaque couple de facteur ; (2) l'énergie apparaît souvent comme complémentaire des autres facteurs ; (3) la technologie de production est rarement à rendements d'échelle constants.

*JEL* : D24, C31, C32

*Mot clef* : Fonction de coût Translog, élasticité de substitution, rendements d'échelle.

---

<sup>1</sup> **Correspondance:** Frédéric REYNÈS, Institute for Environmental Studies - Instituut voor Milieuvraagstukken (IVM), Faculty of Earth and Life Sciences (FALW), VU University Amsterdam, De Boelelaan 1087, 1081 HV Amsterdam, Pays-Bas, t + 31 (0)20 59 85934, f + 31 (0)20 59 89553, [frederic.reynes@ivm.vu.nl](mailto:frederic.reynes@ivm.vu.nl).  
Yasser YEDDIR-TAMSAMANI, OFCE, 69 quai d'Orsay, 75007 Paris, t + 33 (0)1 44 18 54 09, f + 33 (0)1 44 18 54 64, [yasser.yeddir@ofce.sciences-po.fr](mailto:yasser.yeddir@ofce.sciences-po.fr).

**Remerciements :** Les auteurs remercient l'ADEME (Agence de l'Environnement et de la Maîtrise de l'Energie) pour son aide financière apportée à la réalisation de cette étude. Ils remercient aussi Evens Salies pour ses commentaires sur une version préliminaire de cet article.

## 1. Introduction

Les phénomènes de substitution entre les facteurs de production et de rendements d'échelle ont fait l'objet de nombreuses recherches théoriques et empiriques. Une attention particulière a notamment été portée sur le développement de fonctions de production générales et testables empiriquement. Ainsi, la fonction CES (Constant Elasticity of Substitution) introduite par Arrow et al. (1961) a l'avantage de généraliser la fonction de Leontief et de Cobb-Douglas tout en dépendant d'un nombre limité de paramètres. Du fait de sa maniabilité, cette fonction est encore largement privilégiée dans les modèles macroéconomiques et dans l'analyse économétrique du producteur (Van der Werf, 2008).

Toutefois, la fonction CES manque de généralité lorsque l'on cherche à analyser un système à plus de 2 facteurs de production car elle impose une élasticité de substitution commune entre tous les facteurs. Cette limite s'est révélée particulièrement contraignante au moment des chocs pétroliers des années 1970 où il est devenu impératif d'envisager des propriétés de substitution différentes entre l'énergie, le capital et le travail (voir Artus et Peyroux, 1981). Dans le contexte du changement climatique, il demeure important de traiter de manière différenciée les niveaux de substitution puisque l'impact des politiques environnementales sur les comportements énergétiques en dépend fortement.

Pour cela, il est nécessaire de recourir aux fonctions dites flexibles. La fonction « Translog », introduite par Christensen et al. (1971), est communément utilisée car elle impose relativement peu de contraintes sur les niveaux d'élasticité de substitutions et de rendements d'échelle tout en autorisant l'analyse économétrique. En appliquant le théorème de la dualité du producteur, il est possible de déduire de l'estimation d'une fonction de coût Translog les niveaux de substitution entre les facteurs de production et les niveaux de rendements d'échelle. Cette méthode est retenue ici dans le cas de la France sur données sectorielles en supposant une technologie à 4 facteurs de production (capital, travail, énergie, consommations intermédiaires hors énergie) souvent désignée par le sigle KLEM (Capital, Labour, Energy, Material). Les estimations font apparaître plusieurs résultats importants : (1) contrairement aux hypothèses d'une fonction CES, les niveaux d'élasticité de substitution diffèrent entre chaque couple de facteur et au sein d'un même couple sont parfois asymétriques ; (2) l'énergie apparaît souvent comme complémentaire des autres facteurs, alors que ces derniers sont généralement substituables entre eux ; (3) les rendements d'échelle dans les secteurs français sont rarement constants.

La section 2 revient sur le problème du choix de la spécification de la fonction de production lorsque le nombre de facteurs de production est supérieur à 2. Elle discute le choix fait ici de retenir une fonction Translog. La section 3 présente la méthode d'estimation par une fonction de coût Translog. La section 4 détaille le modèle estimé ainsi que la méthode économétrique. La section 5 présente les estimations des élasticités de substitution entre le capital, le travail, l'énergie et les autres consommations intermédiaires. La section 6 teste et revient sur les implications des contraintes d'homothétie et d'homogénéité de la fonction de coût. La section 7 présente les estimations des degrés de rendements d'échelle sectoriels. La section 8 conclut.

## 2. Le choix de la fonction de production

Une fonction de production exprime le processus de production dans une unité industrielle sous la forme d'une relation mathématique entre la quantité de facteurs de production (inputs) et celle de produits (outputs) qui en résulte. Une telle formulation de la technologie est difficilement exhaustive car il est délicat de prendre en compte l'ensemble des facteurs susceptibles d'affecter le lien inputs-outputs. Ce dernier dépend notamment de la stratégie de production choisie par l'entreprise concernant la nature de ses objectifs à court et à long terme<sup>2</sup>. Ces informations sont généralement peu accessibles et difficiles à évaluer.

La modélisation des comportements du producteur dans les études économétriques ou dans les modèles macroéconomiques appliqués (Modèles macro-économétriques et Modèles d'Equilibre Général Appliqués (MEGA)) retient donc souvent trois hypothèses simplificatrices :

- (1) L'entreprise ne fabrique qu'un seul produit.
- (2) La fonction de production est homogène, c'est-à-dire que le degré de rendements d'échelle ne varie pas au cours du temps.
- (3) Les possibilités de substitution entre les facteurs de production sont limitées. Ainsi, beaucoup de modélisateurs représentent le processus de production par une fonction à élasticité de substitution constante de type CES. Cette fonction introduite par Arrow *et al.* (1961) présente deux avantages importants : elle généralise les fonctions standards de type Leontief, Cobb-Douglas et linéaire dont l'élasticité de substitution entre les inputs est respectivement nulle (complément parfait), unitaire et infini (substitut parfait) ; elle nécessite un nombre limité de paramètres à calibrer ou à estimer économétriquement.

Toutefois, la fonction CES limite la substituabilité entre les facteurs de production. Comme son nom l'indique, elle impose une élasticité de substitution constante le long de l'isoquante, c'est-à-dire quel que soit le rapport entre les quantités de facteur utilisées. Une deuxième limite est connue sous le nom de théorème de l'impossibilité d'Uzawa (1962) et de McFadden (1962). Il démontre que la généralisation de la fonction CES à plus de deux facteurs impose une élasticité de substitution commune entre les facteurs. Ainsi, si l'on souhaite représenter le processus de production  $Q$  d'une économie composée de  $\bar{j}$  facteurs de production ( $I_j^{nput}$ ) par une fonction CES,  $Q = C^{ES}(I_j^{nput}) = C^{ES}(I_1^{nput}, \dots, I_{\bar{j}}^{nput})$ , l'élasticité de substitution est nécessairement la même entre tous les couples de facteurs  $j$  et  $j'$  ( $\eta_{jj'} = \eta$ ).

Sato (1967) propose d'imbriquer les fonctions de production afin d'autoriser des degrés de substituabilité différents entre les facteurs de production. Ingénieuse et facile à mettre en œuvre, cette solution est souvent adoptée dans les MEGA pour spécifier le secteur productif (voir par exemple, McKibbin et Wilcoxon, 1999) et dans des études économétriques qui introduisent l'énergie en plus du travail et du capital comme facteur de production (voir

---

<sup>2</sup> Consulter Boyer et Freyessent (2000) pour une description des différentes stratégies de production selon les objectifs fixés par les industriels. Certains de ces objectifs tels que la qualité, la diversité et l'innovation ont fait l'objet de modélisation dans le cadre théorique des modèles de croissance endogène. Au niveau empirique, ces dernières années plusieurs modèles macroéconomiques intègrent des mécanismes de croissance endogène. A titre d'exemple, le modèle GEM-E3-Europe (Fougeyrollas et al., 2005) incorpore un processus d'innovation basé sur l'accumulation des connaissances et des dépenses de R&D. GEM-E3-Europe est un MEGA destiné à simuler des politiques de lutte contre le changement climatique et de R&D en Europe.

notamment Prywes, 1986 ; Chang, 1994, Van der Werf, 2008). Elle est cependant insatisfaisante car elle demeure contraignante. Supposons une économie composée de 3 facteurs de production. Afin d'avoir plusieurs élasticités de substitution, envisageons l'imbrication CES suivante :  $Q = C^{ES} (C^{ES} (I_1^{input}, I_2^{input}), I_3^{input})$ . Dans ce cas, l'élasticité de substitution entre les inputs 1 et 2 diffère de celle entre 1 et 3. Mais, celle entre 1 et 3 est identique à celle entre 2 et 3. Quel que soit l'ordre d'imbrication retenu, certaines élasticités demeurent contraintes. Par ailleurs, le choix entre les différentes structures d'imbrication se révèle généralement arbitraire car difficile à tester<sup>3</sup>.

Pour lever les trois principales restrictions des fonctions CES (invariance du niveau des rendements d'échelle, élasticité de substitution constante et théorème de l'impossibilité), il est nécessaire de recourir à des fonctions de production dites flexibles dans la mesure où elles imposent moins de contraintes sur la structure de production. Sous cette catégorie, on trouve principalement la fonction Leontieff Généralisée (LG) proposée par Diewert (1971), la fonction Quadratique Normalisée (QN) développée par Diewert et Wales (1987) et la fonction Transcendental logarithmic (Translog) introduite par Christensen et al. (1971). Elles ont pour point commun d'être des approximations locales par un développement limité de Taylor d'ordre 2 d'une fonction de production quelconque. Mais elles aboutissent à des formes fonctionnelles différentes. Par exemple, la fonction LG est spécifiée en niveau alors que la fonction Translog est écrite sous forme logarithmique. Tant au niveau théorique qu'empirique, le choix entre ces formes flexibles est en pratique délicat (voir Caves et Christensen, 1980 ; Despotakis, 1986). Nous avons retenue ici la fonction Translog car elle est la plus communément utilisée dans la littérature suite aux influents travaux de Jorgenson et de ses co-auteurs (Christensen et al., 1971, 1973a, 1973b ; Jorgenson 1983, 1986, 2000, Jorgenson et al., 1975).

### 3. La fonction de coût Translog

Les travaux empiriques étudiant les phénomènes de substitution entre les facteurs de production ont largement bénéficié du développement des fonctions flexibles qu'ils ont conjuguées avec les avancées de la théorie microéconomique du producteur. En particulier, ces recherches appliquent le théorème de la dualité (Shephard, 1953)<sup>4</sup> selon lequel la fonction de coût contient la même information que la fonction de production. Il devient alors possible de déterminer les demandes de facteurs de production et les phénomènes de substitution via l'estimation de la fonction de coût, sans avoir besoin d'information sur la forme de la fonction de production.

Supposons que dans chaque secteur indexé par un  $j$ , un seul producteur représentatif produit un seul output. En appliquant le théorème de la dualité, il est possible de déduire la demande en input d'un producteur optimisateur à partir d'une fonction du coût qui dépend des prix des facteurs de production indicés par un  $i$  ( $P_i^j$ ), du niveau de la production ( $Y^j$ ) et du temps ( $t$ ) traduisant le progrès technique. A l'optimum, la fonction du coût s'écrit:

$$C^j = \sum_i P_i^j X_i^j = C^j(P_i^j, Y^j, t) \quad (1)$$

Où  $C^j$  est le coût total et  $X_i^j$  la quantité de facteur  $i$ .

<sup>3</sup> Voir Van der Werf (2008) pour une comparaison des estimations de différentes structures d'imbrication.

<sup>4</sup> Pour une démonstration de ce théorème, voir aussi Guerrien et Nezeys (1989) ou Varian (1995, Chap. 6).

Afin de définir une forme fonctionnelle explicite à la relation (1), Jorgenson et ses co-auteurs intègrent deux fois les dérivées secondes partielles du logarithme de la fonction (1) par rapport à tous ses éléments. Ils en déduisent ainsi une fonction de coût total qu'ils nomment *Transcendental logarithmic cost function (Translog)* :

$$\begin{aligned} \ln C^j(P_i^j, Y^j, t) = & \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i \ln P_i^j + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{i'=1}^n \beta_{ii'} \ln P_i^j \ln P_{i'}^j + \sum_{i=1}^n \beta_{iY} \ln P_i^j \ln Y^j \\ & + \sum_{i=1}^n \beta_{it} \ln P_i^j + \beta_Y \ln Y^j + \frac{1}{2} \beta_{YY} (\ln y^j)^2 + \beta_{Yt} \ln y^j + \beta_t t + \frac{1}{2} \beta_{tt} t^2 \end{aligned} \quad (2)$$

Où  $\beta_0$  est la constante d'intégration. La fonction (2) est une approximation de l'ensemble des fonctions de coût déduit à partir d'une fonction de production quelconque. Elle n'impose donc pas de restrictions sur le degré de substituabilité entre les facteurs de production, la nature des rendements d'échelle et la nature du progrès technique. Ces derniers peuvent par ailleurs être reconstitués à partir des coefficients de la fonction de coût (voir sections 4 et 5).

Selon le *Lemme de Shephard* (1953), la quantité optimale demandée d'un facteur de production ( $X_i^*$ ) est la dérivée partielle de la fonction du coût par rapport au prix de ce facteur :  $X_i^* = \partial C / \partial P_i^5$ . Dès lors, on peut déduire la part distributive du facteur  $i$  ( $S_i$ ) en différentiant l'équation (2) par rapport au logarithme de son prix :

$$S_i = \frac{P_i}{C} X_i^* = \frac{P_i}{C} \frac{\partial C}{\partial P_i} \approx \frac{\partial \ln C}{\partial \ln P_i} = \beta_i + \sum_{i'=1}^n \beta_{ii'} \ln P_{i'} + \beta_{iY} \ln Y + \beta_{it} \quad i, i' = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$\text{Avec } (S_i) = \begin{pmatrix} S_1 \\ \vdots \\ S_n \end{pmatrix}, (\beta_i) = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{pmatrix}, (\beta_{ii'}) = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \dots & \beta_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{n1} & \dots & \beta_{nn} \end{pmatrix}, (\beta_{iY}) = \begin{pmatrix} \beta_{1Y} \\ \vdots \\ \beta_{nY} \end{pmatrix}, (\beta_{it}) = \begin{pmatrix} \beta_{1t} \\ \vdots \\ \beta_{nt} \end{pmatrix}.$$

$(\beta_i)$  est un vecteur colonne dont les termes sont les dérivées partielles de la fonction de coût par rapport aux prix des facteurs.  $(\beta_{ii'})$  est une matrice carrée dont les termes sont les dérivées partielles secondes croisées de la fonction de coût par rapport aux prix des facteurs. Mesurant la sensibilité des parts aux changements des prix des facteurs, elle fournit une première indication de la nature de la substitution entre les facteurs.  $(\beta_{iY})$  et  $(\beta_{it})$  sont des vecteurs colonnes dont les éléments sont les élasticités des parts distributives des facteurs par rapport respectivement au niveau de production et au temps. Ils reflètent respectivement les rendements d'échelle et le biais de progrès technique (Jorgenson et al. 1971, 1986)<sup>6</sup>.

<sup>5</sup> Pour simplifier l'écriture algébrique, l'indice sectoriel  $j$  est omis par la suite.

<sup>6</sup> Le taux de croissance du progrès technique correspond au négatif de la dérivée du coût par rapport au temps.

Avec la fonction de coût translog (2), il vaut donc:  $PT = -\frac{\partial \ln C}{\partial t} = \beta_t + \beta_{Yt} \ln Y + \sum_{i=1}^n \beta_{it} \ln P_i + \beta_{tt} t$ . Le progrès

technique est utilisateur (*input-using*) en facteur  $i$  lorsque  $\beta_{it} > 0$ . Il est économe (*input-saving*) en ce facteur dans le cas opposé. Un progrès technique est neutre au sens de Hicks lorsque les effets d'un changement technologique sur l'évolution des parts factorielles sont similaires entre tous les facteurs (voir Karanfil et Tamsamani, 2009).

Pour être compatible avec la théorie microéconomique du producteur, la fonction du coût doit respecter certaines propriétés dites de régularités par rapport aux prix (voir e.g. Varian, 1995, p. 75) : a) la monotonie ; b) l'homogénéité de degré 1 ; c) la concavité.

La monotonie suppose que la fonction du coût (2) est non décroissante par rapport aux prix de facteurs. Cette condition est vérifiée si et seulement si toutes les équations du système (3) sont positives :

$$\frac{\partial \ln C}{\partial \ln P_i} = S_i \geq 0 \quad (4)$$

La propriété de monotonie n'est pas imposée lors de la procédure d'estimation mais peut être contrôlée ex post. Cette propriété est respectée sur l'échantillon retenue si la régression économétrique est suffisamment satisfaisante. La variable expliquée de l'équation (3), la part distributive du facteur  $i$  ( $S_i$ ), est par définition toujours positive. Si les résidus de la régression ne sont pas trop importants, la simulation au sein de l'échantillon (*in-sample*) de  $S_i$  avec le modèle (3) estimé (et en supposant que les résidus sont nuls) aura aussi une valeur positive.

L'homogénéité de degré un de la fonction de coût par rapport aux prix des facteurs signifie que si tous les prix des facteurs de production sont multipliés par un même scalaire, le coût total l'est aussi (pour un niveau donné de production). Cette propriété est respectée dans le cas de la fonction (2) en imposant dans la procédure d'estimation que<sup>7</sup> :

$$\sum_{i=1}^n \beta_i = 1 \text{ et } \sum_{i=1}^n \beta_{i'r} = \sum_{i'=1}^n \beta_{i'r} = \sum_{i=1}^n \beta_{i'r} = \sum_{i=1}^n \beta_{i'r} = 0 \quad (5)$$

La concavité par rapport aux prix des facteurs de production est respectée lorsque la matrice Hessienne des dérivées secondes de la fonction de coût (2) est semi-définie négative, c'est-à-dire lorsque ses principaux mineurs successifs ont des signes différents, le premier étant négatif (autrement dit, lorsque ses valeurs propres sont non positives). Nous verrons dans la section suivante que cette propriété est plus difficile à imposer que les deux précédentes. Toutefois, la propriété de concavité implique la symétrie entre les coefficients représentant les dérivés seconde de la fonction de coût (2) par rapport aux prix des facteurs, une contrainte facile à mettre en œuvre au cours du processus d'estimation :

$$\beta_{i'r} = \beta_{r'i} \quad (6)$$

---

<sup>7</sup> On remarque que ce sont ces contraintes appliquées au système (3) qui garantissent que la somme des parts est toujours égale à l'unité.

#### 4. Modèle et méthode économétriques

Notre analyse empirique considère un modèle à quatre facteurs de production de type « KLEM » : capital (K), travail (L), énergie (E) et consommations intermédiaires hors énergie (ou matériel, M). Les paramètres de la fonction de coût Translog sont estimés à partir du système d'équations composé de la fonction de coût (2) et des parts distributives (3) en imposant les contraintes de régularité décrites précédemment<sup>8</sup>. Certaines études n'estiment que les équations de parts (Field et Grebenstein, 1980). Ceci a l'inconvénient de ne pas estimer certains paramètres de la fonction de coût (2) qui sont nécessaires au calcul du degré des rendements d'échelle et du taux de progrès technique. D'autres études estiment seulement la fonction de coût (Kenneth et Dogan, 1996). La méthode d'estimation conjointe de la fonction de coût et des équations de parts est la plus répandue dans la littérature car elle permet d'améliorer la qualité de la régression économétrique : le nombre de degrés de liberté augmente puisque l'on dispose de plus de données pour estimer le même nombre de coefficients.

Le système composé des équations (2) et (3) contraint de façon à respecter les conditions de régularité n'est pas estimable car la matrice de variance-covariance est singulière (non inversible). En effet, la somme des parts étant égale à l'unité, la somme des perturbations des équations de parts est nulle. Pour éviter ce problème, la pratique la plus courante dans la littérature consiste à écarter une des équations de parts, Christensen et Greene (1976) ayant démontré que les résultats de l'estimation sont indépendants de l'équation éliminée. Ici nous choisissons d'éliminer la part des consommations intermédiaires hors énergie (M). Dès lors le système estimé se compose de la fonction de coût et des équations des parts du capital, du travail et de l'énergie :

$$\left\{ \begin{array}{l} \ln C(P_i, Y, t) = \beta_0 + \sum_i \beta_i \ln P_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_{i'} \beta_{ii'} \ln P_i \ln P_{i'} + \beta_Y \ln Y + \frac{1}{2} \beta_{YY} (\ln Y)^2 \\ \quad + \sum_{i=1}^n \beta_{iY} \ln P_i \ln Y + \beta_i t + \beta_{Yi} t \ln Y + \frac{1}{2} \beta_{ii} t^2 + \sum_i \beta_{ii} t \ln P_i + \varepsilon_C; \quad i, i' = K, L, E, M \\ S_K = \beta_K + \beta_{KK} (\ln P_K - \ln P_M) + \beta_{KL} (\ln P_L - \ln P_M) + \beta_{KE} (\ln P_E - \ln P_M) + \beta_{KY} \ln Y + \beta_{Ki} t + \varepsilon_K \\ S_L = \beta_L + \beta_{KL} (\ln P_K - \ln P_M) + \beta_{LL} (\ln P_L - \ln P_M) + \beta_{LE} (\ln P_E - \ln P_M) + \beta_{LY} \ln Y + \beta_{Li} t + \varepsilon_L \\ S_E = \beta_E + \beta_{KE} (\ln P_K - \ln P_M) + \beta_{LE} (\ln P_L - \ln P_M) + \beta_{EE} (\ln P_E - \ln P_M) + \beta_{EY} \ln Y + \beta_{Ei} t + \varepsilon_E \end{array} \right. \quad (7)$$

Les paramètres de ce modèle ont été estimés sur données sectorielles françaises dans le but de calculer les élasticités de substitution entre les facteurs (voir section 5) et de mesurer la nature des rendements d'échelle dans chaque secteur de production (voir section 7). La méthode SUR (*Seemingly Unrelated Regressions*) introduite par Zellner (1962) a été utilisée car elle permet de corriger l'hétéroscédasticité des résidus caractéristiques des estimations en donnée de panel et de la corrélation simultanée entre les résidus des différentes équations du système. Ici cette corrélation provient de la relation comptable entre les parts : leur somme est égale à un.

<sup>8</sup> Par rapport à l'estimation de CES imbriquées, cette approche a l'inconvénient de fortement augmenter le nombre de paramètres à estimer par secteur. Par exemple, pour une fonction de production à 4 facteurs, le nombre de paramètres à estimer est ici de 28. Avec 8 facteurs, le nombre de paramètres à estimer devient 66.



Les estimations ont été réalisées avec le logiciel E-views 6. Les données, disponibles sur demande, sont décrites dans l'annexe A. Elles sont de fréquence annuelle et couvrent la période allant de 1978 à 2006. Compte tenu du nombre de paramètres à estimer, les séries temporelles ne sont pas suffisamment longues pour réaliser les estimations sur chaque secteur séparément. Il est nécessaire de considérer les secteurs (au moins partiellement) homogène en recourant à l'économétrie de panel. Dès lors, se pose la question de savoir quels sont les paramètres communs entre les individus du panel et les effets individuels. Supposer que tous les paramètres peuvent différer entre les secteurs revient à les considérer comme parfaitement hétérogènes. Le recours à l'économétrie de panel n'est alors pas justifié puisque les résultats sont équivalents à estimer le système (7) secteur par secteur. Dans le cadre de cette étude, les caractéristiques individuelles sont prises en compte par des effets fixes sur les constantes des équations du système (7) :  $\beta_0$ ,  $\beta_K$ ,  $\beta_L$ ,  $\beta_E$ , ainsi que par les coefficients  $\beta_Y$ ,  $\beta_i$  permettant d'avoir respectivement des rendements d'échelle et des taux du progrès technique spécifiques pour chaque secteur (voir la section 7).

Dans un premier temps, les 13 secteurs de production ont été regroupés pour l'estimation économétrique du système (7). Mais l'hypothèse d'homogénéité entre les secteurs est largement rejetée par le test de Hsiao (1986) : voir annexe B. Ce résultat n'est pas surprenant dans la mesure où ces secteurs présentent d'importantes disparités notamment en matière de consommation énergétique. Afin d'homogénéiser le panel, nous avons choisi, dans un deuxième temps, de regrouper les secteurs en fonction de leur comportement énergétique. Cela nous a amené à scinder l'ensemble des secteurs en trois groupes et pour chacun de ces trois groupes de secteurs, le système (7) est estimé en données de panel. Le premier groupe est composé des secteurs « énergivores », c'est-à-dire fortement consommateur d'énergie. Le troisième groupe correspond aux secteurs producteurs d'énergie tandis que le deuxième regroupe les autres secteurs :

- Groupe 1: l'industrie des produits minéraux, l'industrie de papier et carton, la chimie, la métallurgie, le bâtiment et le transport ;
- Groupe 2 : l'agriculture, l'industrie agroalimentaire, les autres industries manufacturières, les services marchands et les services non marchands ;
- Groupe 3 : électricité-gaz et pétrole-charbon.

Les résultats des estimations économétriques sont présentés dans l'Annexe B. La décomposition retenue permet d'améliorer l'homogénéité à l'intérieur de chacun des trois panels. Le test d'homogénéité de Hsiao (1986) n'est pas rejeté pour les groupes 2 et 3 à un seuil de 5%. L'utilisation du panel pour ces deux groupes est donc approuvée. Le test de Hsiao reste rejeté pour le groupe 1 mais dans une moindre mesure : le risque de rejeter d'homogénéité de façon erronée augmente de 0.1% à 2.4%.

A l'instar d'autres estimations de la fonction Translog, le modèle (7) estimé ne respecte pas l'hypothèse de concavité par rapport aux prix de facteurs. Le respect de cette condition nécessite l'introduction de contraintes sur les coefficients des dérivées secondes de la fonction de coût par rapport aux prix ( $\beta_{ii}$ ) susceptibles de dénaturer le caractère flexible de la fonction Translog. Par exemple, Diewert et Wales (1987) reproche à la méthode de Lau (1978) retenue par Jorgenson et Fraumeni (1981) d'imposer des hypothèses trop contraignantes pour obtenir la concavité. Sur des données relatives à 36 secteurs de l'industrie américaine, Jorgenson et Fraumeni (1981) imposent que 204 des 360 coefficients de la matrice Hessienne prennent une valeur nulle. Or ces contraintes ne sont généralement pas validées par les données.

Une approche plus satisfaisante proposée par Ryan et Wales (2000) consiste à imposer la concavité au niveau des points qui ne la respectent pas. Ces auteurs comparent un modèle non contraint avec un autre respectant les propriétés de concavité locale et montrent que les estimations qui en résultent sont très proches. Gervais et al. (2006) confirment ce résultat sur des données de l'industrie agro-alimentaire Canadienne. Cette approche a donc l'avantage d'imposer la concavité sans perdre en flexibilité. Nous l'avons retenue ici.

La méthode consiste dans un premier temps à décomposer la dérivée seconde du logarithmique du coût par rapport au logarithmique du prix des facteurs en fonction des dérivées première et seconde de la fonction de coût :

$$\frac{\partial^2 \ln C(P_i, Y, t)}{\partial \ln P_i \partial \ln P_{i'}} = \frac{C_{ii'} P_i P_{i'}}{C} + \frac{C_i C_{i'} P_i P_{i'}}{C^2} - \frac{C_i P_i (\partial P_i / \partial P_{i'})}{C} \quad i, i' = K, L, E, M \quad (8)$$

Où  $C_{ii'} = \partial^2 C(P_i, Y, t) / \partial P_i \partial P_{i'}$ ,  $C_i = \partial C(P_i, Y, t) / \partial P_i$  et  $\partial P_i / \partial P_{i'} = 1$  si  $i = i'$  et 0 ailleurs.

Notant que la partie gauche de l'équation (8) représente le terme ( $ii'$ ) de la matrice Hessienne ( $H$ ), Ryan et Wales (2000) réécrivent cette expression dans le cas d'une fonction Translog en termes de ses coefficients, à une date de référence où tous les prix des facteurs et le niveau de la production sont supposés égaux au numéraire :

$$H = \beta_{ii'} + \beta_i \beta_{i'} - \beta_i (\partial P_i / \partial P_{i'}) \quad (9)$$

La matrice ( $H$ ) peut être écrite en fonction d'une autre matrice triangulaire inférieure ( $D$ ) multipliée par sa transposée :  $H = -(DD')$ . Cette nouvelle forme de ( $H$ ) est par définition semi-définie négative. La condition de concavité au point de référence est vérifiée donc en remplaçant lors de l'estimation du système (7) chacun des coefficients du second ordre par l'expression suivante:

$$\beta_{ii'} = -(DD') - \beta_i \beta_{i'} + \beta_i (\partial P_i / \partial P_{i'}) \quad (10)$$

Dans le cadre du présent modèle les restrictions (10) se traduisent par :

$$\begin{aligned} \beta_{KK} &= -d_{KK}^2 + \beta_K - \beta_K^2; \beta_{LL} = -d_{KL}^2 - d_{LL}^2 + \beta_L - \beta_L^2; \beta_{EE} = -d_{KE}^2 - d_{LE}^2 - d_{EE}^2 + \beta_E - \beta_E^2 \\ \beta_{KL} &= -d_{KK} d_{KL} - \beta_K \beta_L; \beta_{KE} = -d_{KK} d_{KE} - \beta_K \beta_E; \beta_{LE} = -d_{KL} d_{KE} - d_{LL} d_{LE} - \beta_L \beta_E \end{aligned} \quad (11)$$

Avec  $d_{ii'}$  le ( $ii'$ )<sup>ème</sup> élément de la matrice ( $DD'$ ), qui deviennent les coefficients à estimer à la place des ( $\beta_{ii'}$ ). L'implémentation de ces restrictions ne change pas le nombre de paramètres à estimer du système (7). La méthode de Ryan et Wales permet donc de conserver la flexibilité de la fonction de coût Translog.

## 5. Substituabilité des facteurs de production

Le concept d'élasticité de substitution, introduit conjointement par Hicks (1932) et Robinson (1933) est une mesure de la courbure de l'isoquante : pour un niveau de production donné, elle quantifie la variation du rapport entre deux facteurs de production suite à un changement de leur productivité marginale ( $\partial F/\partial X_i$ ) relative. Formellement, elle s'écrit :

$$ES_{i,i'} = \frac{\partial \ln\left(\frac{X_i}{X_{i'}}\right)}{\partial \ln\left(\frac{\partial F/\partial X_{i'}}{\partial F/\partial X_i}\right)} \quad ; i \neq i' \quad (12)$$

Relativement facile à interpréter dans le cas d'une fonction de production à deux facteurs, la notion devient plus ambiguë lorsque le nombre de facteurs est supérieur : le calcul de l'élasticité de substitution entre deux inputs nécessite des hypothèses relatives à la constance des autres facteurs de production. Cela a d'ailleurs donné lieu à des débats animés à propos de la tentative de généralisation d'Allen (1938) et d'Uzawa (1962) à plus de deux facteurs, connue sous le nom d'élasticité de substitution partielle ou l'élasticité de substitution d'Allen/Uzawa (ESAU)<sup>9</sup>.

Cette notion d'ESAU a été soumise à plusieurs critiques. Brendt et Wood (1979) lui reproche de correspondre à des notions différentes selon la forme de la fonction de production à partir de laquelle elle est estimée. Selon Blackorby et Russel (1989), l'ESAU n'apporte pas plus d'informations sur la substituabilité des facteurs que la simple élasticité prix-croisée. Ils montrent que l'ESAU ne respecte pas les propriétés de la notion de substituabilité de Hicks dans la mesure où i) elle ne correspond pas à une mesure de la courbure de l'isoquante ii) elle ne fournit pas d'informations sur les parts relatives des facteurs iii) elle ne peut pas être interprétée comme une variation des rapports des facteurs par rapport aux prix relatifs. En outre, L'ESAU est symétrique ( $ESAU_{ij} = ESAU_{ji}$ ).

Du fait de ces limites, de nombreuses études privilégient le concept d'élasticité de substitution totale introduit par Morishima (1967)<sup>10</sup>. Comme le montre Blackorby et Russel (1989), cette élasticité conserve les propriétés de la notion de substitution de Hicks dans un cadre d'analyse à  $n$  facteurs. Elle est symétrique dans le cas de deux facteurs ou lorsqu'elle est la même entre tous les facteurs de production, c'est-à-dire dans le cas d'une fonction de production de la famille CES (Blackorby et Russel, 1989). L'Elasticité de Substitution de Morishima (ESM) entre deux facteurs de production  $i$  et  $i'$  est définie par :

$$ESM_{i,i'} = \frac{\partial \ln(X_i / X_{i'})}{\partial \ln(\partial F/\partial X_{i'})} \quad ; i \neq i' \quad (13)$$

Par rapport à la relation de Hicks (12), elle suppose que la productivité marginale du facteur  $i$  est constante et n'apparaît donc plus dans la relation (voir Koetse, Groot et Floax, 2008).

<sup>9</sup> Pour une fonction de production à  $n$  facteurs,  $F(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , l'ESAU entre les facteurs  $i$  et  $i'$  s'écrit :

$$A_{i,i'} = \frac{1}{k_{i'}} \frac{\partial \ln X_i}{\partial \ln \partial F/\partial X_{i'}} \quad \text{avec} \quad k_{i'} = \frac{X_{i'} \partial F/\partial X_{i'}}{\sum_{s=1}^n X_s \partial F/\partial X_s} \quad (\text{voir Kang et Brown, 1981}).$$

<sup>10</sup> Voir notamment Kang et Brown (1981) et Koetse, Groot et Floax (2008).

L'ESM n'est donc pas nécessairement symétrique. Une valeur positive traduit des possibilités de substitution entre les facteurs  $i$  et  $i'$

En supposant qu'à l'optimum, la productivité marginale d'un facteur est égale à son prix, il est possible de réécrire l'ESM en fonction des élasticités prix directe ( $EPD_{i'}$ ) et prix croisée ( $EPC_{i,i'}$ ) (Blackorby et Russel, 1989) :

$$ESM_{i,i'} = EPC_{i,i'} - EPD_{i'} \quad (14)$$

A partir des équations de part du système (7), on peut montrer que l'élasticité prix directe et l'élasticité prix croisée valent respectivement (Brendt et Wood, 1975):

$$EPD_{i'} = \frac{\partial \ln X_{i'}}{\partial \ln P_{i'}} = (\hat{\beta}_{i'i'} + S_{i'}^2 - S_{i'}) / S_{i'}$$

$$EPC_{i,i'} = \frac{\partial \ln X_i}{\partial \ln P_{i'}} = (\hat{\beta}_{ii'} + S_i S_{i'}) / S_i \quad (15)$$

Dans le cadre d'une technologie à 2 facteurs de production, l' $ESM_{i,i'}$  (14) est positive car elle mesure l'effet de substitution entre deux facteurs suite à la modification de leurs prix relatifs. A production constante, une augmentation du prix d'un facteur se traduit par une baisse de l'utilisation de ce dernier, caractérisée par une  $EPD_{i'}$  négative. En contrepartie, l'utilisation de l'autre facteur augmente, ce qui se traduit par une  $EPC_{i,i'}$  positive. En conséquence, si la fonction de production respecte la propriété fondamentale de stricte décroissance de ses isoquantes, l'ESM ne peut pas être négative. Elle est comprise entre 0 et  $+\infty$  qui correspondent respectivement aux cas des facteurs de production parfaitement complémentaires et parfaitement substituables.

Lorsque la technologie est à plus de 2 facteurs de production, le signe attendu de l' $EPD_{i'}$  est toujours (non strictement) négatif : à production constante, une augmentation du prix d'un facteur se traduit par une baisse de la demande de ce facteur au profit de l'augmentation de la demande d'au moins un des autres facteurs. Mais le signe de l' $EPC_{i,i'}$  (et donc celui de l' $ESM_{i,i'}$ ) n'est plus nécessairement positif du fait de l'éventuelle complémentarité entre les facteurs de production. Pour voir cela, supposons que la technologie de production puisse être représentée par les fonctions CES imbriquées suivantes :  $Q = C_1^{ES} (C_2^{ES} (K, L, E), M)$ . Au sein du niveau 2, supposons que les facteurs énergie, travail et capital soient complémentaires et doivent toujours être utilisés dans des proportions fixes. Si au sein du niveau 1, l'agrégat  $C_2^{ES} (K, L, E)$  est substituable au matériel ( $M$ ), une augmentation du prix de l'énergie entraîne une hausse de la demande de matériel (l' $EPC_{M,E}$  est positive) et une baisse de la demande pour le facteur de production  $C_2^{ES} (K, L, E)$ , c'est-à-dire une baisse de la demande d'énergie mais aussi de travail et de capital. Les EPC travail-énergie ( $EPC_{L,E}$ ) et capital-énergie ( $EPC_{K,E}$ ) sont alors négative : une hausse du prix de l'énergie entraîne une baisse de la demande de travail et de capital. L' $ESM_{i,i'}$  peut elle aussi être négative si en valeur absolue l' $EPC_{i,i'}$  est plus importante que l' $EPD_{i'}$ .

Le cas de figure précédent est une possible interprétation des résultats obtenus pour l'estimation des EPC dans tous les secteurs du groupe 1 (Tableau 2). Les EPC travail-énergie ( $EPC_{L,E}$ ) et capital-énergie ( $EPC_{K,E}$ ) sont négatives alors que l'EPC matériel-énergie ( $EPC_{M,E}$ ) est positive. Dans ces secteurs, les entreprises réagissent aux hausses du prix de l'énergie par une augmentation des consommations intermédiaires et une baisse des demandes en énergie,

travail et capital. Elles se comportent comme si elles sous-traitaient une partie de leur production, renonçant à produire la consommation intermédiaire elles-mêmes. Cela expliquerait l'utilisation de techniques de production moins intensives en capital et travail suite à une hausse du prix de l'énergie.

Selon la théorie, des EPC et ESM négatives traduisent donc la complémentarité entre deux facteurs production. Cette justification a souvent été avancée par les études qui aboutissent à de telles estimations. Ainsi, Berndt et Wood (1979) trouvent une EPC négative entre le capital et l'énergie. Humphrey et Moroney (1975), recourant à la fonction de production Translog, évaluent des élasticités de substitution capital-travail, capital-ressources naturelles et travail-ressources naturelles dans le secteur de la chimie aux Etats-Unis, respectivement, à 36.75, -446.35 et 666.71. Avec des ordres de grandeurs beaucoup moins surprenantes que celles estimées par Humphrey et Moroney, nombreuses sont les études qui trouvent des élasticités de substitution négatives (Hudson et Jorgenson, 1974 ; Berndt et Wood, 1975 ; Fuss, 1977 ; Roy et al., 2006)

Par contre, une EPD positive est beaucoup plus difficile à justifier théoriquement. D'ailleurs, nos estimations trouvent que dans la majorité des cas l'EPD est négative et donc conforme aux attentes (tableau 1) : la demande du facteur baisse lorsque son prix augmente. Cela n'est cependant pas le cas pour l'énergie dans cinq secteurs (cellules grisées) parmi les treize considérés : métallurgie, bâtiment, autres industries manufacturières, services marchands et non marchands. Ce n'est pas le cas non plus pour le secteur papier-carton, mais dans une moindre mesure avec une l'EPD quasi nulle. Une EPD positive est gênante pour l'interprétation des résultats car elle a tendance à rendre l' $ESM_{i,i'}$  (14) négative de manière erronée et donc d'aboutir sur un mauvais diagnostic sur le degré de substituabilité entre les facteurs. Mais ce résultat illogique est aussi trouvé empiriquement par d'autres études. A l'aide d'un modèle logit statique, Jones (1996) estime aussi des EPD positives de la demande du charbon dans quatre pays du G-7. Sur des données néerlandaises couvrant la période 1950-76, Magnus (1979) estime une EPD positive pour l'énergie entre 1967-73 en utilisant une fonction Cobb-Douglas généralisée.

Des valeurs positives contraires à la théorie pour les EPD peuvent avoir plusieurs origines. Elles peuvent provenir de biais introduit lors de la construction de la base de données que ce soit au niveau de l'agrégation retenue ou au niveau des calculs des indices de prix. Malgré son caractère flexible, il se peut aussi que la spécification Translog soit inappropriée. En particulier, le lien entre le coût et le niveau de la production peut être imprécisément représenté par une approximation linéaire du second ordre, ceci d'autant plus que les prix connaissent d'importantes variations au cours de la période considérée qui ne peuvent pas toutes être considérées comme marginales. Dans ce cas on ne raisonne plus à production constante et l'estimation de l'inclinaison de l'isoquante est donc approximative. Or, une modification du prix d'un facteur de production peut modifier la profitabilité de l'entreprise et donc potentiellement le niveau optimal de production. La modification de la profitabilité dépendra essentiellement de la situation concurrentielle et de la capacité des entreprises et de leur rapidité à répercuter les variations de prix des inputs dans le prix à la production. La variation de la production induite par les variations de profitabilité entraîne une variation des quantités d'input demandées. Par analogie à l'équation de Slutsky dans la théorie du consommateur, il s'agit d'une sorte d'effet de revenu qui peut amplifier ou au contraire aller à l'encontre de l'effet de substitution. Dans ce dernier cas, l'EPD peut être positive.

Cet effet de revenu semble jouer ici un rôle important pour l'énergie dans certains secteurs comme en témoigne les EPD positive estimés pour l'énergie dans le tableau 1 (cellules grisées). D'après l'équation (15), une EPD positive n'est possible que si le coefficient mesurant l'impact d'une variation du prix de l'énergie sur la part de l'énergie ( $\hat{\beta}_{EE}$  dans (7)) est lui même positif. D'après nos estimations, il est positif pour tous les secteurs excepté l'agriculture (voir annexe B, tableau 8). Un signe positif pour  $\hat{\beta}_{EE}$  est caractéristique d'un facteur de production faiblement substituable (ou complémentaire des autres facteurs). En effet, l'impact d'une hausse du prix de l'énergie sur la part des coûts énergétiques dans le coût total peut être décomposé en deux effets opposés. L'effet prix augmente la part. L'effet volume qui provient de la substitution de l'énergie aux autres facteurs entraîne au contraire une baisse de la part. Pour voir cela, il suffit de remarquer que la part peut être réécrite de la

manière suivante :  $S_E = \left[ 1 + \sum_{i=K,L,M} \frac{P_i X_i}{P_E X_E} \right]^{-1}$ . Pour un niveau donné de production, l'effet prix

correspond à l'impact de la variation du prix de l'énergie en supposant les quantités de facteurs utilisés stables (c'est-à-dire les ratios  $X_i / X_E$  constants). On voit qu'il augmente la part de l'énergie. Mais du fait des mécanismes de substitution de l'énergie vers les autres facteurs, les ratios  $X_i / X_E$  augmentent. Il s'agit de l'effet volume qui tend à baisser la part de l'énergie. La part ne baisse que si l'effet volume est plus important (en valeur absolue) que l'effet prix. C'est le cas si l'élasticité de substitution entre l'énergie et les autres facteurs est supérieure à l'unité. Une augmentation de la part d'un facteur suite à une hausse de son prix est donc le propre des facteurs faiblement substituables ou complémentaires des autres facteurs (c'est-à-dire ayant une élasticité de substitution inférieure à 1).

Un raisonnement similaire fait apparaître qu'une EPC négative traduit bien la complémentarité entre les deux facteurs. D'après l'équation (15), une EPC entre l'énergie et le capital négative n'est possible que si le coefficient mesurant l'impact d'une variation du prix de l'énergie sur la part du capital ( $\hat{\beta}_{KE}$  dans (7)) est lui même négatif. Par un effet prix,

la part du capital,  $S_K = \left[ 1 + \sum_{i=L,E,M} \frac{P_i X_i}{P_K X_K} \right]^{-1}$ , baisse lorsque le prix de l'énergie augmente

puisque le ratio  $P_E / P_K$  augmente. L'effet volume suite à la substitution entre les facteurs (baisse du ratio  $X_E / X_K$ ) entraîne une augmentation de la part du capital. Si les facteurs sont peu substituables, l'effet volume est faible et  $\hat{\beta}_{KE}$  est négatif. C'est le cas pour nos estimations dans la majorité de secteurs (voir l'annexe B, tableau 8). L'EPC peut alors être négative. Ce raisonnement va dans le même sens que l'explication précédente selon laquelle une EPC négative traduit la complémentarité entre deux facteurs dans le processus de production.

Qu'ils soient justifiables théoriquement ou qu'ils proviennent d'une sorte d'effet de revenu, des EPD positives ou des EPC et de ESM négatives traduisent le caractère faiblement substituables des facteurs de production. Ici on remarque que les EPC estimées confirment le diagnostic des EPD de faible substituabilité pour l'énergie (tableau 2). Les EPC dans lesquelles l'énergie intervient sont souvent négatives (cellules grises) ou proche de 0. Résultante des EPD et EPC, il n'est alors pas surprenant que l'ESM affiche souvent un signe négatif (cellules grises) dans le cas de l'énergie traduisant sa faible substituabilité. Les deux ESM calculées entre le capital et l'énergie fournissent le même diagnostic. Ces deux facteurs

seraient substituables dans 6 secteurs sur 13 : fabrication de produit minéraux, chimie, transport, agriculture et le groupe 3 (pétrole-charbon, électricité-gaz). La substituabilité serait néanmoins limitée avec des ESM toutes inférieures à 0.6, le secteur électricité-gaz étant la seule exception avec une ESM entre 0.73 et 0.91. Il est intéressant de noter que trois de ces secteurs (produit minéraux, chimie, transport) font partie des secteurs fortement consommateur d'énergie (groupe 1). Une politique économique désincitant l'usage de l'énergie par une augmentation de son prix aurait donc un impact non négligeable sur la consommation énergétique française. Dans les 7 autres secteurs, le capital et l'énergie seraient complémentaires.

Le diagnostic concernant la substituabilité de l'énergie avec les deux autres facteurs de production (travail et les autres consommations intermédiaires) est plus complexe dans la mesure où certaines ESM fournissent des conclusions asymétriques. Cela tranche avec les résultats pour les autres facteurs où les deux ESM calculées pour chaque couple de facteurs fournissent un diagnostic similaire : elles sont du même signe et ont généralement des ordres de grandeurs similaires.

Les mesures de la substitution entre l'énergie et le travail ou les autres consommations intermédiaires regroupent les 9 cas (sur 78 possibles) d'ESM fortement asymétriques (avec changement de signe). Il s'agit des ESM entre le travail et l'énergie dans les secteurs papier-carton, autres industries manufacturières, services marchands et non marchands. Une hausse du coût du travail se traduirait par une hausse de la demande énergétique (substitution) tandis que les hausses du prix de l'énergie entraîneraient une baisse de la demande de travail (complémentarité). La même asymétrie apparaît entre l'énergie et les autres consommations intermédiaires dans 5 secteurs : comme précédemment dans les autres industries manufacturières, les services marchands et non marchands mais aussi dans la métallurgie et le bâtiment. Comme dans le cas précédent, l'énergie et les autres consommations intermédiaires seraient substituables en cas de hausse du prix de ces dernières mais pas en cas de hausse du prix de l'énergie.

A ce niveau, on remarque que les secteurs où l'asymétrie apparaît sont caractérisés par une complémentarité entre le capital et l'énergie (ESM négative). Comme dans tous les autres secteurs, le capital et le travail y seraient par ailleurs substituables. La combinaison de la complémentarité capital-énergie et de la substituabilité capital-travail semble expliquer l'ambiguïté du degré de substituabilité entre le travail et l'énergie. Par substituabilité, la hausse du coût du travail entraîne la hausse de la demande de capital. L'énergie augmente aussi par complémentarité avec le capital. Par contre, la demande de travail n'augmente pas lorsque le prix de l'énergie augmente car dans ces secteurs l'énergie n'est pas directement substituable au travail.

On peut faire le même raisonnement pour l'asymétrie observée entre l'énergie et les autres consommations intermédiaires. L'asymétrie avec un signe opposé n'apparaît que dans les secteurs où l'énergie et le capital sont diagnostiqués complémentaires : métallurgie, bâtiment, industries manufacturières, les services marchands et non marchands. L'asymétrie apparaît aussi mais sans changement de signe dans les deux autres secteurs où l'énergie et le capital sont complémentaires : papier-carton ( $ESM_{E,M} = 0.91$  ;  $ESM_{M,E} = 0.04$ ) et industrie agro-alimentaire ( $ESM_{E,M} = 0.73$  ;  $ESM_{M,E} = 0.1$ ).

**Tableau 1 : Elasticités Prix Directes (EPD) par secteur d'activité (Année 2006)**

	Groupe 1						Groupe 2					Groupe 3	
	Produits minéraux	Papier et carton	Chimie	Métallurgie	Bâtiment	Transport	Agriculture	Agro-alimentaire	Autres industries manufacturières	Services marchands	Services non marchands	Pétrole-charbon	Electricité-Gaz
EPD <sub>K</sub>	-1.01	-1.23	-1.23	-1.07	-0.88	-0.95	-0.75	-1.38	-1.57	-0.87	-1.09	-0.96	-0.82
EPD <sub>L</sub>	-0.65	-0.66	-0.66	-0.65	-0.64	-0.60	-0.79	-0.78	-0.75	-0.67	-0.40	-0.97	-0.87
EPD <sub>E</sub>	-0.17	0.01	-0.49	0.50	1.61	-0.36	-0.50	-0.08	1.21	0.43	0.45	-0.23	-0.55
EPD <sub>M</sub>	-0.43	-0.32	-0.40	-0.35	-0.48	-0.59	-0.66	-0.34	-0.34	-0.73	-1.02	-0.83	-0.76

Source : calcul des auteurs

**Tableau 2 : Elasticité de Substitution Morishima (ESM) et Elasticité Prix Croisée (EPC) par secteur d'activité (Année 2006)**

	Groupe 1						Groupe 2					Groupe 3	
	Produits minéraux	Papier et carton	Chimie	Métallurgie	Bâtiment	Transport	Agriculture	Agro-alimentaire	Autres industries manufacturières	Services marchands	Services non marchands	Pétrole-charbon	Electricité-Gaz
ESM <sub>E,K</sub>	0.09	-0.20	0.45	-0.79	-2.09	0.37	0.63	-0.30	-2.31	-0.91	-1.04	0.27	0.73
EPC <sub>E,K</sub>	-0.08	-0.20	-0.04	-0.29	-0.48	0.01	0.13	-0.38	-1.10	-0.47	-0.59	0.04	0.18
ESM <sub>K,E</sub>	0.12	-0.22	0.37	-0.62	-1.66	0.36	0.52	-0.06	-1.43	-0.47	-0.52	0.59	0.91
EPC <sub>K,E</sub>	-0.05	-0.22	-0.13	-0.12	-0.05	0.00	0.02	-0.14	-0.22	-0.03	-0.07	0.36	0.36
ESM <sub>E,L</sub>	0.39	0.26	0.61	-0.05	-0.72	0.57	0.86	0.85	0.77	0.85	0.87	1.00	1.00
EPC <sub>E,L</sub>	-0.26	-0.40	-0.05	-0.70	-1.36	-0.03	0.07	0.07	0.02	0.18	0.48	0.03	0.13
ESM <sub>L,E</sub>	0.09	-0.12	0.46	-0.63	-1.73	0.35	0.54	0.10	-1.21	-0.42	-0.43	0.27	0.64
EPC <sub>L,E</sub>	-0.08	-0.12	-0.04	-0.12	-0.11	-0.01	0.04	0.02	0.00	0.01	0.02	0.04	0.09
ESM <sub>E,M</sub>	0.94	0.91	0.98	0.84	0.71	0.97	0.96	0.73	0.21	0.59	0.69	0.91	0.85
EPC <sub>E,M</sub>	0.51	0.59	0.58	0.49	0.23	0.38	0.29	0.40	-0.13	-0.14	-0.33	0.08	0.09
ESM <sub>M,E</sub>	0.23	0.04	0.62	-0.48	-1.60	0.44	0.54	0.10	-1.22	-0.44	-0.47	0.59	0.72
EPC <sub>M,E</sub>	0.06	0.05	0.13	0.03	0.01	0.08	0.04	0.02	0.00	-0.01	-0.03	0.35	0.16
ESM <sub>K,L</sub>	0.88	0.90	0.89	0.88	0.89	0.92	0.86	0.76	0.73	0.91	0.90	0.98	0.95
EPC <sub>K,L</sub>	0.24	0.24	0.23	0.23	0.25	0.32	0.07	-0.01	-0.02	0.24	0.50	0.01	0.08
ESM <sub>L,K</sub>	1.13	1.29	1.29	1.17	1.08	1.10	0.99	1.37	1.56	1.10	1.22	1.00	1.00
EPC <sub>L,K</sub>	0.13	0.06	0.06	0.10	0.20	0.15	0.24	-0.01	-0.01	0.23	0.14	0.04	0.18
ESM <sub>K,M</sub>	1.25	1.52	1.52	1.31	1.16	1.21	1.32	1.87	2.15	1.39	1.67	2.63	1.36
EPC <sub>K,M</sub>	0.82	1.21	1.12	0.96	0.68	0.62	0.65	1.54	1.80	0.66	0.65	1.79	0.60
ESM <sub>M,K</sub>	1.16	1.31	1.32	1.20	1.12	1.15	1.25	1.56	1.72	1.31	1.53	1.40	1.27
EPC <sub>M,K</sub>	0.15	0.08	0.09	0.12	0.23	0.20	0.51	0.18	0.16	0.44	0.45	0.44	0.46
ESM <sub>L,M</sub>	1.03	1.03	1.03	1.03	1.03	1.04	1.16	1.11	1.10	1.16	1.26	1.55	1.12
EPC <sub>L,M</sub>	0.61	0.71	0.63	0.68	0.55	0.45	0.50	0.77	0.76	0.43	0.24	0.71	0.36
ESM <sub>M,L</sub>	0.86	0.84	0.84	0.85	0.88	0.90	0.90	0.92	0.94	0.97	1.00	1.10	1.07
EPC <sub>M,L</sub>	0.21	0.19	0.18	0.20	0.24	0.31	0.11	0.14	0.19	0.30	0.60	0.13	0.20

Source : calcul des auteurs

Le tableau 2 montre aussi que les secteurs du transport et de l'agriculture, et les secteurs producteurs de l'énergie ont la technologie de production la plus flexible avec des possibilités de substitution entre tous les facteurs. Les élasticités de substitutions y sont cependant généralement faible (inférieure à 1).

Afin de faciliter la lecture des résultats, nous avons résumés les lignes 2, 4 et 6 du tableau 2 dans le tableau 3 qui cherche à évaluer le degré de substituabilité de l'énergie avec les autres facteurs de production dans les différents secteurs. Il fournit les possibilités de substitution de l'énergie suite aux variations de son prix. Du fait de l'effet de revenu qui semble perturber le niveau et le signe des ESM estimées, il est préférable d'interpréter les résultats en termes relatifs plutôt qu'absolus. Ainsi, les degrés de substituabilité ont été classifiés en quatre catégories correspondant à la division de la distribution des ESM<sub>i,e</sub> en 4 quartiles (Q) : Q1. (relativement) fortement complémentaires, Q2. complémentaires, Q3. substituables, Q4. fortement substituables.

A trois exceptions près (secteurs de l'agroalimentaire, des services non marchands et du pétrole-charbon), la substituabilité relative de l'énergie est la même avec les trois autres facteurs : les ESM du capital, du travail et du matériel sont dans le même quartile. Dès lors,



l'énergie serait fortement complémentaire aux trois autres facteurs dans les secteurs de la métallurgie, du bâtiment et les autres industries manufacturières. Elle leur serait complémentaire dans les services marchands, mais substituable dans le transport et les produits minéraux. Elle leur serait fortement substituable dans les secteurs de la chimie, de l'agriculture et de l'électricité-gaz.

Dans le secteur de l'agroalimentaire, l'énergie serait complémentaire du capital et du matériel, mais substituable au travail. Dans les services non marchands, elle serait complémentaire aux autres facteurs mais plus fortement avec le capital. A contrario, le secteur du pétrole-charbon se caractérise par une forte substituabilité de l'énergie au capital et aux autres consommations intermédiaires et une substituabilité moins accentuée avec le travail.

**Tableau 3** : Classification par secteur de la substituabilité de l'énergie aux autres facteurs

Secteurs	Substituabilité de l'énergie au ...			
	Capital	Travail	Matériel	
<b>Groupe 1</b>	Produits minéraux	3	3	3
	Papier et carton	2	2	2
	Chimie	4	4	4
	Métallurgie	1	1	1
	Bâtiment	1	1	1
	Transport	3	3	3
<b>Groupe 2</b>	Agriculture	4	4	4
	Agro-alimentaire	2	3	2
	Autres industries manufacturières	1	1	1
	Services marchands	2	2	2
	Services non marchands	1	2	2
<b>Groupe 3</b>	Pétrole-charbon	4	3	4
	Electricité -Gaz	4	4	4
<b>Quartile 1 (Q1)</b>		-0.5162	-0.6261	-0.4723
<b>Q2</b>		-0.0553	-0.1218	0.1009
<b>Q3</b>		0.3658	0.3520	0.5395

1 : fortement complémentaires ( $ESM_{i,e} < Q1$ ), 2 : complémentaires ( $Q1 < ESM_{i,e} < Q2$ )

3 : substituables ( $Q2 < ESM_{i,e} < Q3$ ), 4 : fortement substituables ( $ESM_{i,e} > Q3$ )

Source : calcul des auteurs

Enfin le tableau 2 fait apparaître que les ESM entre les facteurs excluant l'énergie ont toujours le signe attendu. Elles sont comprises entre 0 et 2.6. Il apparaît aussi que les ESM capital-travail et travail-capital sont souvent proches de 1 suggérant que l'approximation de la technologie de production des entreprises en France par une fonction Cobb-Douglas à deux facteurs (capital et travail) est raisonnable.

## 6. Homothétie et homogénéité de la fonction de production

Les fonctions CES ont la propriété d'être homogène de degré  $\theta$ . Cela signifie qu'elles présentent des rendements d'échelle (mesurés par  $\theta$ ) stables dans le temps : quel que soit le niveau de la production ou des prix, une hausse de 1% des quantités de tous les facteurs de production entraîne une hausse de  $\theta\%$  de la production. Autrement dit une hausse de la production ne modifie pas les ratios entre les quantités de facteurs de production utilisés. Les rendements d'échelle sont dits décroissants (resp. constants, croissants) si  $\theta$  est inférieur (resp. égal, supérieur) à l'unité. Dès lors, si les rendements d'échelle sont croissants (resp. constants,

décroissants), une hausse de la production entraîne une hausse moins que proportionnelle (resp. proportionnelle, plus que proportionnelle) des coûts de production.

Lorsqu'une fonction est homogène, elle est aussi homothétique<sup>11</sup>. Une fonction homothétique peut s'écrire comme une transformation monotone d'une fonction linéairement homogène. Ainsi, une fonction de production  $Q$  est homothétique sur  $m$  facteurs si elle peut être écrite de la manière suivante :

$$Y = Q [F(X_1, X_2, \dots, X_m) ; X_{m+1} ; \dots ; X_n]$$

Avec  $F$  une fonction homogène de degré un et indépendante des  $(n-m)$  autres facteurs de production. La fonction  $F$  peut être interprétée comme un indice composite regroupant  $m$  facteurs, cet indice pouvant être considéré comme un facteur de production dans la fonction  $Q$ . Cette hypothèse est souvent retenue par les modélisateurs pour réduire la taille de leur modèle. Par exemple, dans un premier niveau le capital, le travail et les consommations intermédiaires constituent un indice représenté par une fonction CES. Dans un deuxième niveau, cet indice est considéré comme un facteur de production en plus de l'énergie au sein d'une autre fonction CES. Il s'agit de la procédure des CES imbriquées proposée par Sato (1967) qui permet des degrés de substituabilité différents entre les facteurs de production.

Du fait du théorème de la dualité, les caractéristiques d'une fonction de production par rapport à l'homothétie et à l'homogénéité peuvent être déduites de la fonction de coût. Une fonction de production est homothétique si sa fonction de coût correspondante l'est aussi. Une fonction de coût est homothétique sur  $m$  facteurs si et seulement si leurs prix peuvent s'écrire séparément de ceux des autres facteurs, du niveau de la production et de la tendance (Jorgenson, 2000) :

$$C = C (P (P_1, P_2, \dots, P_m) ; P_{m+1} ; \dots ; P_n ; Y ; t)$$

Avec  $P$  une fonction homogène de degré un et indépendante de  $Y$  et  $t$ .

Dans le cadre de cette étude, nous testons l'homothétie sur l'ensemble des facteurs de production c'est-à-dire si tous les prix peuvent être séparés du niveau de la production et de la tendance. Si c'est le cas, une augmentation du prix des inputs entraîne une augmentation proportionnelle du coût quelque soit le niveau de la production et du progrès technique (puisque les prix sont séparables de la production et du progrès technique). Dans le cas de la fonction de coût Translog, cette hypothèse implique les restrictions suivantes sur les paramètres du système (7) :

$$\beta_{Yi} = \beta_{it} = 0 \tag{16}$$

Dés lors, on remarque que l'homothétie impose que le niveau des parts est indépendant de celui de la production et du progrès technique. Par ailleurs, la fonction de production est homogène si en plus de l'homothétie (restrictions (16)), les élasticités du coût par rapport à la production et au progrès technique sont constantes :

$$\beta_{Yi} = \beta_{YY} = \beta_{it} = 0 \tag{17}$$

---

<sup>11</sup> La notion d'homothétie a été introduite dans l'analyse microéconomique du producteur par Shephard (1970), démontrée et présentée formellement par Diewert (1974).

Les rendements d'échelle sont alors invariants au cours du temps puisqu'ils sont indépendants des niveaux de la production, des prix et du progrès technique. Ils ont les mêmes propriétés que les fonctions homogènes de type CES ou Cobb-Douglas.

Les tests statistiques vérifiant ces deux hypothèses sur des données sectorielles en France sont présentés dans le tableau 4. Le test de Wald montre que l'hypothèse nulle de l'homothétie de la fonction de production dans les trois groupes de secteurs est fortement rejetée. L'hypothèse de l'homogénéité (dont l'homothétie est une condition nécessaire) est par conséquent elle aussi rejetée. Elle l'est de manière plus importante car la restriction (17) est rejetée par les données.

**Tableau 4** : Tests de l'homogénéité et de l'homothétie

Tests de Wald		Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Test d'homothétie	$X^2$	1366.024*	1012.222	45.86509
Test d'homogénéité	$X^2$	1390.740**	1057.512	46.26540

\* valeur critique à un seuil de 95% et 5 dl égale à 12,59

\*\* valeur critique à un seuil de 95% et 5 dl égale à 11,07

Source : calcul des auteurs

**Tableau 5** : Elasticités de substitution de Morishima par secteur d'activité (Année 2006)

	Groupe 1						Groupe 2					Groupe 3		
	Produits minéraux	Papier et carton	Chimie	Métallurgie	Bâtiment	Transport	Agriculture	Agro-alimentaire	Autres industries manufacturières	Services marchands	Services non marchands	Pétrole-charbon	Electricité-Gaz	
ESM <sub>E,K</sub>	A	0.09	-0.20	0.45	-0.79	-2.09	0.37	0.63	-0.30	-2.31	-0.91	-1.04	0.27	0.73
	B	0.15	-0.12	0.48	-0.67	-1.87	0.41	0.64	-0.28	-2.26	-0.87	-1.00	0.06	0.37
	C	-7.24	-0.25	0.05	-1.10	-2.03	-0.22	1.20	-13.09	2.46	0.61	0.14	-0.26	0.04
ESM <sub>K,E</sub>	A	0.12	-0.22	0.37	-0.62	-1.66	0.36	0.52	-0.06	-1.43	-0.47	-0.52	0.59	0.91
	B	0.18	-0.14	0.40	-0.51	-1.48	0.41	0.55	0.00	-1.28	-0.36	-0.41	0.29	0.56
	C	-4.40	-0.29	-0.35	-0.76	-1.33	-0.13	1.28	-9.45	1.90	0.71	0.56	-0.01	0.24
ESM <sub>E,L</sub>	A	0.39	0.26	0.61	-0.05	-0.72	0.57	0.86	0.85	0.77	0.85	0.87	1.00	1.00
	B	1.38	1.45	1.28	1.60	1.93	1.27	0.41	0.53	0.61	0.75	0.86	-2.78	-0.01
	C	0.12	0.10	-0.11	0.23	0.54	0.34	2.56	6.65	4.81	2.56	0.74	4.73	2.34
ESM <sub>L,E</sub>	A	0.09	-0.12	0.46	-0.63	-1.73	0.35	0.54	0.10	-1.21	-0.42	-0.43	0.27	0.64
	B	0.37	0.20	0.75	-0.28	-1.34	0.55	0.59	0.18	-1.03	-0.31	-0.32	-2.20	0.01
	C	0.11	0.16	0.37	-0.47	-1.20	0.13	1.30	-6.94	1.61	0.67	0.62	-0.94	0.03
ESM <sub>E,M</sub>	A	0.94	0.91	0.98	0.84	0.71	0.97	0.96	0.73	0.21	0.59	0.69	0.91	0.85
	B	0.17	-0.01	0.57	-0.52	-1.66	0.36	0.92	0.76	0.34	0.62	0.66	1.30	1.16
	C	8.66	0.03	1.12	-0.32	-1.02	0.16	3.45	-2.64	4.33	3.19	3.87	-0.01	1.07
ESM <sub>M,E</sub>	A	0.23	0.04	0.82	-0.48	-1.60	0.44	0.54	0.10	-1.22	-0.44	-0.47	0.59	0.72
	B	0.21	0.04	0.58	-0.44	-1.50	0.38	0.58	0.17	-1.04	-0.32	-0.35	0.61	0.54
	C	0.83	0.08	0.34	-0.54	-1.29	0.06	1.49	-7.50	1.83	0.79	0.72	-1.52	-0.61
ESM <sub>K,L</sub>	A	0.88	0.90	0.89	0.88	0.89	0.92	0.86	0.76	0.73	0.91	0.90	0.98	0.95
	B	1.26	1.42	1.43	1.30	1.19	1.19	0.37	0.34	0.39	0.72	0.78	-3.54	-0.01
	C	-0.97	-2.24	-2.34	-1.20	-0.43	-0.50	2.36	4.08	13.16	4.02	0.34	4.30	2.33
ESM <sub>L,K</sub>	A	1.13	1.29	1.29	1.17	1.08	1.10	0.99	1.37	1.56	1.10	1.22	1.00	1.00
	B	1.14	1.24	1.24	1.16	1.10	1.10	0.95	1.38	1.58	1.10	1.24	0.24	0.83
	C	-1.98	-5.05	4.82	-2.72	-0.96	-1.29	0.54	-2.36	1.96	0.83	-0.82	0.97	1.30
ESM <sub>K,M</sub>	A	1.25	1.52	1.52	1.31	1.16	1.21	1.32	1.87	2.15	1.39	1.67	2.63	1.36
	B	1.00	1.10	1.09	1.03	0.96	0.96	1.27	1.94	2.25	1.34	1.58	3.20	1.65
	C	5.35	-2.17	8.89	-0.93	-0.11	-0.16	3.50	1.71	-5.31	1.07	2.56	2.05	2.25
ESM <sub>M,K</sub>	A	1.16	1.31	1.32	1.20	1.12	1.15	1.25	1.56	1.72	1.31	1.53	1.40	1.27
	B	1.09	1.18	1.18	1.11	1.06	1.07	1.28	1.61	1.78	1.34	1.59	1.91	1.41
	C	-0.83	-4.65	6.05	-2.36	-0.68	-1.11	2.35	-1.83	-0.61	-0.19	-0.72	2.04	1.96
ESM <sub>L,M</sub>	A	1.03	1.03	1.03	1.03	1.03	1.04	1.16	1.11	1.10	1.16	1.26	1.55	1.12
	B	0.93	0.94	0.93	0.94	0.92	0.90	0.65	0.72	0.80	0.91	1.03	1.90	1.36
	C	1.85	0.19	1.00	0.29	0.28	0.38	5.30	5.64	6.19	4.31	3.67	6.32	3.49
ESM <sub>M,L</sub>	A	0.86	0.84	0.84	0.85	0.88	0.90	0.90	0.92	0.94	0.97	1.00	1.10	1.07
	B	1.14	1.16	1.17	1.15	1.12	1.10	0.33	0.50	0.61	0.68	0.71	-2.57	0.25
	C	-0.02	-0.13	-0.19	0.00	0.09	0.26	3.30	5.67	8.54	5.20	3.45	5.82	3.47

A : modèle non contraint ; B : modèle avec hypothèse d'homothétie ; C : modèle avec hypothèse d'homogénéité ; ESM : Elasticité de Substitution de Morishima ; les estimations de ces modèles sont reportées dans l'annexe B ; Source : calcul des auteurs

Le rejet de ces hypothèses est fréquent dans les estimations économétriques. Sur des données sectorielles françaises, Szipo et Cette (1994) rejette l'hypothèse de l'homogénéité de la fonction de production. Dans le cadre des fonctions de type Translog, nombreuses sont les études qui la rejettent aussi (Christensen et Greene, 1976 ; Banda et Verdugo, 2007). Ces résultats et le notre suggère que les structures d'imbrication généralement retenues dans les

différents modèles ne sont pas appropriées<sup>12</sup>. Aucun facteur n'est séparable des autres et les niveaux des rendements d'échelle ne sont pas stables dans le temps car ils dépendent des niveaux de la production, du progrès technique et des prix. Toutefois, imposer l'homothétie modifie relativement peu le diagnostic des ESM (lignes B du tableau 5). On relève seulement 22 cas sur 156 où l'écart entre les ESM avec et sans contrainte d'homothétie est supérieur à 0.5 (cellules grisés). Il s'agit soit d'ESM dans lesquelles le facteur énergie est impliqué soit des secteurs producteurs d'énergie. Il y a seulement deux exceptions à cela : les ESM entre capital et travail dans les secteurs papier-carton et chimie. Mais dans ces deux, l'écart reste faible dépassant de moins de 0.03 la limite de 0.5 retenue. Par contre, imposer l'homogénéité bouleverse complètement les résultats avec des ESM peu réalistes allant de -13.9 à 13.16 (lignes C du tableau 5). Cela suggère l'importance pour la robustesse de l'estimation des élasticités de substitution de laisser libre la nature des rendements d'échelle.

## 7. Estimation des rendements d'échelle

Du fait du théorème de la dualité, il est possible de déduire le degré des rendements d'échelle directement à partir de la fonction de coût en examinant la relation entre le niveau de production et le coût total (Hanoch, 1975). Formellement, l'inverse du taux des rendements d'échelle (RE) correspond à l'élasticité du coût total par rapport à la production<sup>13</sup>:

$$(RE)^{-1} = \frac{\partial \ln C}{\partial \ln Y} = \beta_Y + \beta_{YY} \ln Y + \sum_{i=1}^n \beta_{iY} \ln P_i + \beta_{Yt} t \quad (18)$$

En cas de rendements d'échelle croissants ( $RE > 1$ ), l'augmentation de la production est plus que proportionnelle que l'augmentation de la demande de facteurs (car  $RE^{-1} < 1$ ). Le coût total augmente donc moins vite que la production. Il augmente aussi vite que la production en cas de rendements constants ( $RE = 1$ ) et plus vite qu'elle en cas de rendements décroissants ( $RE < 1$ ).

Il est commun dans la littérature d'interpréter la nature des rendements d'échelle à partir de l'indice ( $\mu$ ) suivant (voir Christensen et Greene, 1976) :

$$\mu = 1 - \frac{\partial \ln C}{\partial \ln Y} = 1 - (RE)^{-1} \quad (19)$$

Etant donnée que  $RE = (\mu - 1)^{-1}$ , les rendements d'échelle sont décroissants (resp. constants, croissants) si  $\mu < 0$ , (resp.  $\mu = 0$ ,  $\mu > 0$ ). Les résultats des estimations du coefficient ( $\mu$ ) pour les secteurs français sont présentés dans le tableau 6. Le rejet de l'hypothèse d'homogénéité implique que les rendements d'échelle varient<sup>14</sup>. Nous avons donc inclu dans le tableau 6 les valeurs minimale, maximale et moyenne de l'indice  $\mu$ . Par ailleurs, la figure 1 de l'annexe C présente l'évolution des rendements d'échelle pour tous les secteurs durant la période 1978-2006.

<sup>12</sup> Voir Van der Werf (2008, Table 1, p. 2965) pour une revue de littérature des structures d'imbrication CES retenue dans plusieurs modèles à 4 facteurs de production (KLEM).

<sup>13</sup> Pour une même approche d'estimation des rendements d'échelle, voir entre autres : Christensen et Greene (1976) ; Daniels et Tirtiroglu (1996) ; Banda et Verdugo (2007).

<sup>14</sup> Acceptant l'hypothèse d'homogénéité, l'indice ( $\mu$ ) est constant et indépendant du niveau de production et des prix des facteurs :  $\mu = 1 - \beta_Y$ .

**Tableau 6 : Rendements d'échelle par secteur estimés selon le modèle A**

Secteurs		$\mu$ -2006	$\sigma$ -2006	$\mu$ -moy	$\sigma$ -moy	Max( $\mu$ )	Min( $\mu$ )
Groupe 1	Produits minéraux	1.52	0.13	0.915	0.093	1.522	0.470
	Papier et carton	1.88	0.16	1.188	0.127	1.884	0.596
	Chimie	0.89	0.15	0.173	0.106	0.888	-0.557
	Métallurgie	1.00	0.14	0.477	0.092	1.091	-0.232
	Bâtiment	0.34	0.15	-0.012	0.093	0.364	-0.354
	Transport	1.09	0.19	0.919	0.104	1.563	0.425
Groupe 2	Agriculture	0.04	0.31	-0.034	0.222	0.393	-0.188
	Agroalimentaire	-0.93	1.01	-1.074	0.974	-0.814	-1.247
	Autres industries manufacturières	0.80	0.39	0.561	0.189	0.799	0.367
	Services marchands	-0.09	0.44	-0.180	0.202	0.219	-0.328
	Servinces non marchands	-0.74	0.31	-0.889	0.182	-0.569	-1.048
Groupe 3	Pétrole-charbon	-0.54	0.16	-0.450	0.338	-0.293	-0.608
	Electricité -Gaz	-0.08	0.24	0.167	0.436	0.353	-0.165

Note :  $\mu$ -moy est la valeur moyenne de la période 1978-2006.  $\sigma$ -moy est la moyenne des écarts-types, chaque écart-type ( $\sigma_i$ ) étant calculé à partir de la formule suivante :

$$\sigma_i^2 = \text{var}(\mu) = \text{var}(\beta_Y) + \ln Y^2 \text{var}(\beta_{YY}) + \sum_i \ln P^2 \text{var}(\beta_{Yi}) + 2 \sum_i \sum_{i'} \ln P_i \ln P_{i'} \text{cov}(\beta_{Yi}, \beta_{Yi'}) \\ + 2 \ln Y \text{cov}(\beta_Y, \beta_{YY}) + 2 \sum_i \ln P_i \text{cov}(\beta_Y, \beta_{Yi}) + 2 \ln Y \sum_i \ln P_i \text{cov}(\beta_{YY}, \beta_{Yi})$$

Selon nos estimations, les rendements d'échelle en 2006 seraient croissants dans tous les secteurs du groupe 1 et dans les autres industries manufacturières et décroissants dans les services non marchands et le pétrole-charbon (troisième colonne du tableau 6). L'hypothèse de rendements constants n'est pas rejetée dans l'agriculture, l'agroalimentaire, les services marchands et le secteur Electricité-gaz (cellules grises). Si l'on s'intéresse aux valeurs moyennes ( $\mu$ -moy), le diagnostic ne change guère sauf pour la chimie, le bâtiment, le pétrole-charbon où il n'est plus possible de rejeter l'hypothèse de rendements constants (cellules grises).

Par ailleurs, on remarque que tous les secteurs ont des rendements d'échelle avec une tendance légèrement haussière depuis les années 1990 sauf pour les secteurs producteurs de l'énergie qui voient leurs rendements d'échelle baisser au cours du temps (figure 1 de l'annexe C).

## 8. Conclusion

Cette étude avait pour objectif d'évaluer pour 13 secteurs de l'économie française la substituabilité entre l'énergie, le capital, le travail et les autres consommations intermédiaires ainsi que les niveaux de rendements d'échelle. Plusieurs résultats ressortent. Contrairement aux hypothèses d'une fonction CES, les niveaux d'élasticité de substitution diffèrent entre chaque couple de facteur et au sein d'un même couple sont parfois asymétriques. L'énergie apparaît dans beaucoup de secteurs comme un facteur de production faiblement substituable. Au niveau sectoriel, l'hypothèse classique de rendements d'échelle constants est souvent rejetée par les données. Il en est de même de l'hypothèse d'homogénéité de la fonction de production imposé par les fonctions standards de type CES. Dés lors les niveaux de

rendements d'échelle varient au cours du temps. Il apparaît aussi que ne pas imposer d'homogénéité est important pour une estimation satisfaisante des élasticités de substitution.

## 9. Références

- Allen, R.G.D. 1938. « Mathematical Analysis for Economists » *London: Macmillan*.
- Arrow, K. J., Chenery, H. B., Minhas, B. S., Solow, R. M., 1961, « Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency », *Review of Economics and Statistics* 43(3), 225-250.
- Artus, P., Peyroux, C., 1981, « Fonction de production avec facteur énergie : estimation pour les grands pays de l'OCDE », *Annales de l'INSEE*, 44-1981, 3-38.
- Banda H.S et Verdugo L.E.B, 2007 « Translog Cost Functions: An Application for Mexican Manufacturing » Banco de Mexico, Working Papers 2007-08.
- Berndt E.R et Wood D.O, 1975 « Technology, prices, and the derived demand for energy » *The Review of Economics and Statistics*, 57(3), 259-268.
- Berndt E.R et Wood D.O, 1979 « Engineering and Econometric Interpretations of Energy-Capital Complementarity » *American Economic Review*, 69 (3), 342-354.
- Blackorby, C. et Russell R.R, 1989 « Will the Real Elasticity of Substitution Please Stand Up? A comparison of the Allen/Uzawa and Morishima elasticities » *American Economic Review*, 49 (4), 882-88.
- Boyer R. et Freyssent M., 2000 « Les modèles productifs » *La découverte Coll.*
- Briand, A, 2006 « Les tarifications au coût marginal *versus* coût moyen face à des chocs climatiques au Sénégal : Un modèle dynamique d'équilibre général calculable appliqué à l'eau » Thèse de Doctorat, Université de Rouen.
- Caves, D.W. et Christensen, L.R. (1980) « Global Properties of Flexible Functional Forms » *American Economic Review* 70, 422-432.
- Chang K.-P., 1994, « Capital-energy substitution and the multi-level CES production function », *Energy Economics* 16(1), 22-26.
- Christensen, L.R., Jorgenson, D.W. et Lau, L.J. 1971 « Conjugate Duality and the Transcendental Logarithmic Production Function » *Econometrica* 39, 255-256.
- Christensen L. R., Jorgenson et D.W. et Lau. L.J., 1973a « Transcendental Logarithmic Utility Functions » *American Economic Review*, 65 (3), 67-383.
- Christensen L. R., Jorgenson D.W. et Lau. L.J., 1973b « Transcendental Logarithmic Production Frontiers » *Review of Economics and Statistics*, 55 (1), 28-45.
- Christensen, L.R, et Greene, W.H, 1976 « Economies of Scale in U.S. Electric Power Generation » *The Journal of Political Economy*, 84 (4), 1976.

- Despotakis, K.A. 1986 « Economic Performance of Flexible Functional Forms: Implications for Equilibrium Modelling », *European Economic Review* 30, 1107–1143.
- Diewert W.E., 1971 «An application of the Shephard Duality Theorem : A Generalized Leontief Production Function » *Journal of Political Economy*, 79, 481-507.
- Diewert, W.E, 1974 « Functional Forms for Revenue and Factor Requirement Functions » *International Economic Review*, 15 (1), 119-130.
- Diewert,W.E. et Wales, T.J. 1987 « Flexible Functional Forms and Global Curvature Conditions » *Econometrica* 55, 43–68.
- Field B.C. et Grebenstein C. 1980 «Capital-Energy Substitution in US Manufacturing» *The Review of Economics and Statistics*, 62 (2), 207-212.
- Fougeyrollas A., Lemouël P. et Zagamé P, 2005 « Les nouvelles théories de la croissance en application l'évaluation des politiques structurelles, cas de protocole de Kyoto» *Revue Economique*, 56 (5), 1089-1105.
- Fuss M.A, 1977 « The Demand for Energy in Canadian Manufacturing: An Example of the Estimation of Production Structures with Many Inputs » *Journal of Econometrics*, 5, 89-116.
- Guerrien B. et Nezeys B., 1989 « Microéconomie et calcul économique » *Economica*, 2<sup>ème</sup> édition.
- Hanoch, G., 1975 « The Elasticity of Scale and the Shape of Average Costs » *American Economic Review*, 65 (3), 492-497.
- Hicks, J. 1932 « *The Theory of Wages* » London: Macmillan, 1963 edition.
- Hsiao, C., 1986 « Analysis of Panel Data » *Econometric Society Monographs*, 11, Cambridge University press.
- Hudson E.A et Jorgenson D.W, 1974 « U.S. Energy Policy and Economics Growth, 1975-2000 » *Bell Journal of Economics*, 5, 461-514.
- Humphrey D.B et Moroney J.R, 1975 « Substitution among Capital, Labor, and Natural Resource Products in American Manufacturing » *The Journal of Political Economy*, 83 (1), 57-82.
- Jones, C.T, 1996 « A Pooled Dynamic Analysis of Interfuel Substitution in Industrial Energy Demand by the G-7 Countries » *Applied Economics*, 28, 815-821.
- Jorgenson D.W., 1983 « Modeling Production for General Equilibrium Analysis » *Scandinavian Journal of Economics* , 85 (2), 101-112.
- Jorgenson D.W. et Slesnick D. T., 1985 « General Equilibrium Analysis of Economic Policy » in Piggott J. et Whalley J., *New Developments in Applied General Equilibrium Analysis* , Cambridge University Press, 293-370.

- Jorgenson D.W., 1986 « Econometric Methods for Modeling Producer Behavior » in Z. Griliches and M.D., *Handbook of Econometrics* , Vol. 3, Amsterdam, North-Holland, 1841-1915.
- Jorgenson, D.W, 2000 « Econometrics : Econometric Modelling of Producer Behavior » Vol.1, MIT press.
- Kang, H. et Brown, G.M, 1981 « Partial and Full Elasticities of Substitution and the Energy-Capital Complementary Controversy», in Berndt, E. and B. Field, *Modeling and Measuring Natural Resource Substitution*, MIT Press.
- Karanfil F. et Tamsamani Y.Y, 2009 «Is Technological Change Biased toward Energy? A Multi-sectoral Analysis for the French Economy» Documents de travail de l'OFCE n°2009-12. A paraître dans *Energy Policy*.
- Kenneth D. et Dogan T, 1996 « The temporal Behavior of Scale Economies within a Banking Firm», *Journal of Economics and Finance*, 20(2), 33-45.
- Koetse, M. J., De Groot, H. L. F et Florax R. J. G. M, 2008 « Capital-Energy Substitution and Shifts in Factor Demand:A Meta-Analysis» *Energy Economics* 30(5), 2236-51.
- Magnus J.R, 1979 « Substitution between Energy and Non-Energy Inputs in the Netherlands 1950-1976» *International Economic Review*, 20(2), 465-484.
- McFadden D., 1962 « Factor Substitution in the Economic Analysis of Production » *Thèse de Doctorat*, Université de Minnesota.
- McKibbin W.J. et Wilcoxon P.J., 1999 « The Theoretical and Empirical Structure of the G-cubed Model » *Economic modelling* 16 (1), 123-148.
- Morishima, M. 1967 « A Few Suggestions on the Theory of Elasticity » *Keizai Hyoron (Economic Review)* (publié en Japonais), 16, 149-50.
- Prywes, M., 1986, « A nested CES approach to capital-energy substitution », *Energy Economics* 8, 22-28.
- Robinson, J. 1933 « *The Economics of Imperfect Competition* » London: Macmillan, 1950.
- Roy J, Sanstad A.H, Sathaya J.A et Khaddaria R, 2006 « Substitution and Price Elasticity Estimates Using Inter-country Pooled Data in a Translog Cost Model » *Energy Economics*, 28(5-6), 706-719.
- Samuelson P., 1953 « Consumption Theorems in Terms of Overcompensation rather than Indifference Comparisons », *Economica*, in *The collected scientific papers of Paul Samuelson* MIT Press vol. 1, 1972, 1-9.
- Shephard R.W, 1953 « *Cost and Production Functions* » Princeton University press.
- Shephard R.W, 1970 « *The Theory of Cost and Production Functions* » Princeton University press.



Shoven J.B et Whalley J, 1992 « Applying General Equilibrium » *Cambridge University Press*.

Szpiro D et Cette G, 1994 «Returns to Scale in the French Manufacturing Industry » *European Economic Review*, 38, 1496-1504.

Uzawa, H., 1962 « Production Functions with Constant Elasticity of Substitution » *Review of Economic Studies*, 30, 291–299.

Van der Werf, E., 2008, « Production Functions for Climate Policy Modeling: An Empirical Analysis », *Energy Economics* 30, 2964-2979.

Varian, H. R., (1995), *Analyse Microéconomique*, troisième édition, De Boeck Université, Bruxelles.

Zellner, A., 1962 « An Efficient Method for Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests for Aggregation Bias » *Journal of American Statistic association*, 52, 585-612.

## Annexe A. Les données

Les séries des parts (présentées dans les figures 2 à 4 de l'annexe C) et des indices de prix de facteurs ont été construites à partir de la base des données provenant des Tableaux d'Entrées-Sorties (TES) et des comptes nationaux publiés annuellement par l'INSEE. Les données utilisées couvrent la période 1978-2006 et ont 2000 comme année de base. La série du taux d'intérêt utilisée pour le calcul du coût d'usage du capital provient de la base de l'OCDE. Le calcul des différents indices de prix est détaillé ci-dessous.

### A.1. Coût de l'énergie

Le prix de l'énergie est calculé comme un indice synthétique en deux étapes. D'abord, l'indice de prix à la production de chacune des sources d'énergie est défini par la formule suivante :

$$P_E = \left( \frac{Y_E}{Y_E + M_E} \right) \cdot PY_E + \left( \frac{M_E}{Y_E + M_E} \right) \cdot PM_E$$

Où  $Y_E$  et  $M_E$  sont la production et les importations en volume des secteurs producteurs de l'énergie,  $PY_E$  et  $PM_E$  leur prix respectif. Le prix de l'énergie par source est une moyenne pondérée du prix à la production du secteur qui la produit et du prix d'importation de ce même secteur<sup>15</sup>.

Ensuite, de la même manière que dans la première étape, l'indice de prix de l'énergie au niveau sectoriel est calculé comme une pondération des prix par sources d'énergies par rapport à leur part dans la demande totale de l'énergie:

$$PE_j = \sum_i \left( \frac{E_{i,j}}{\sum_i E_{i,j}} P_{Ei} \right)$$

Où  $E_{ij}$  représente la demande en volume de l'énergie  $i$  par le secteur  $j$ .

### A.2. Coût d'usage du capital

Le coût d'usage nominal du capital ( $PK_{j,t}$ ) dans le secteur  $j$  à la date  $t$  est déterminé par la formule suivante :

$$PK_{j,t} = PI_{j,t} \cdot (r_t + \delta_{j,t} - \dot{PI}_{j,t})$$

$PI_{j,t}$  étant le déflateur de l'investissement par secteur fourni directement par la comptabilité nationale via les séries de Formation Brute de Capital Fixe (FBCF) en valeur et en volume.  $r_t$  est le taux d'intérêt nominal et  $\dot{PI}_{j,t}$  le taux de croissance du prix de l'investissement.  $\delta_{j,t}$  mesure le taux de déclassement net calculé à partir de l'équation d'accumulation du capital fixe :

---

<sup>15</sup> Seuls les secteurs énergétiques importent de l'énergie.

$$\delta_{j,t} = \frac{(K_{j,t} - K_{j,t+1} + I_{j,t})}{K_{j,t}}$$

$K_{j,t}$  et  $I_{j,t}$  représentent respectivement le stock de capital fixe net en fin de période et les flux d'investissements.

### A.3. Coût du travail

Le coût du travail sectoriel est obtenu pour chaque secteur en divisant la rémunération des salariés (y compris cotisation salariés et patronale) par le volume de la production sectorielle.

### A.4. Coût du matériel

Le coût du matériel sectoriel résulte du rapport entre la consommation intermédiaire sectorielle hors énergie en valeur et en volume.

## Annexe B : Estimation et tests du modèle (7)

**Tableau 7** : P-value des tests d'homogénéité de Hsiao \*

	Tous les secteurs	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
$H^1_o : \beta_i, \beta_{ij} = \beta, \beta'$	<0,001	<0,001	<0,001	0,005
$H^2_o : \beta_i, \beta_{ij} = \beta_i, \beta'$	<0,001	0,024	0,203	0,05
$H^3_o : \beta_i = \beta$	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001

\* Le test est appliqué sur l'équation du coût (2).

Le test d'homogénéité de Hsiao (1986) est un ensemble de tests de Fischer emboîtés permettant de s'assurer si le recours à l'économétrie du panel est fondé. La stratégie du test consiste tout d'abord à vérifier l'hypothèse d'une homogénéité totale des individus du panel ( $H^1_o$ ) (constantes et coefficients identiques). Il teste ensuite l'hypothèse des effets individuels ( $H^2_o$ ) (constantes spécifiques et coefficients identiques). Si cette dernière hypothèse n'est pas rejetée, on teste l'hypothèse de coefficients communs ( $H^3_o$ ) entre les individus. Pour valider l'utilisation du panel dans cette étude, nous avons procédé en deux étapes. Dans un premier temps, le test de Hsiao a été appliqué sur tous les secteurs retenus. Les résultats (la deuxième colonne du tableau 7) montrent que le recours au panel est rejeté pour ce niveau d'agrégation. Dans un deuxième temps, les secteurs ont été répartis entre trois groupes selon leur comportement énergétique. Les résultats à ce niveau sont améliorés et l'utilisation du panel avec des effets individuels est approuvée pour les secteurs des groupes 2 et 3. Le test reste rejeté dans le premier groupe au seuil de 5% mais pas à celui de 2.4% (test de  $H^2_o$ ).

**Tableau 8 : Estimation du modèle non contraints (A)**

	Groupe 1						Groupe 2					Groupe 3	
	Produits minéraux	Papier et carton	Chimie	Métallurgie	Bâtiment	Transport	Agriculture	Agro-alimentaire	Autres industries manufacturières	Services marchands	Services non marchands	Pétrole-charbon	Electricité - Gaz
$\beta_D$	4.39 0.5857	5.83 0.6035	0.95 0.9645	2.95 1.0511	2.89 1.4681	1.08 1.1626	6.10 3.9436	-3.24 4.9002	8.47 7.5848	7.30 10.7180	0.10 7.9628	12.64 3.2153	13.14 3.2202
$\beta_E$	-0.01 0.0005	-0.02 0.0004	0.00 0.0007	-0.02 0.0004	-0.02 0.0004	0.02 0.0007	0.05 0.0014	-0.02 0.0005	-0.05 0.0009	0.03 0.0004	-0.03 0.0004	0.15 0.0090	-0.02 0.0075
$\beta_L$	0.05 0.0011	0.02 0.0013	-0.06 0.0019	-0.05 0.0014	0.04 0.0011	0.05 0.0014	-0.01 0.0011	0.01 0.0046	0.26 0.0070	-0.06 0.0012	0.22 0.0046	0.05 0.0043	0.12 0.0127
$\beta_K$	0.89 0.0020	0.90 0.0024	1.01 0.0025	1.01 0.0020	1.07 0.0023	1.02 0.0023	-0.23 0.0028	-0.07 0.0017	-0.09 0.0022	0.78 0.0023	0.58 0.0038	0.07 0.0093	-0.03 0.0049
$\beta_M$	0.07 0.0000	0.10 0.0000	0.05 0.0000	0.05 0.0000	-0.08 0.0000	-0.09 0.0000	1.19 0.0000	1.08 0.0000	0.88 0.0000	0.31 0.0000	0.22 0.0000	0.73 0.0001	0.93 0.0000
$\beta_{KE}$	-0.08 0.0000	-0.09 0.0000	-0.09 0.0000	-0.09 0.0000	-0.07 0.0000	-0.03 0.0000	-0.00 0.0000	-0.10 0.0000	-0.10 0.0000	-0.07 0.0000	-0.07 0.0000	0.01 0.0001	-0.00 0.0000
$\beta_{KL}$	-0.06 0.0000	-0.03 0.0000	0.04 0.0000	0.03 0.0000	-0.05 0.0000	-0.07 0.0000	0.01 0.0000	-0.07 0.0000	-0.08 0.0000	0.06 0.0000	-0.12 0.0000	-0.01 0.0000	-0.00 0.0001
$\beta_{KM}$	0.03 0.0000	0.02 0.0000	0.04 0.0000	0.06 0.0000	0.18 0.0000	0.11 0.0000	0.26 0.0000	0.23 0.0000	0.27 0.0000	-0.18 0.0000	-0.07 0.0000	-0.04 0.0000	0.05 0.0001
$\beta_{KK}$	0.11 0.0000	0.10 0.0000	0.00 0.0000	-0.00 0.0000	-0.06 0.0000	-0.01 0.0000	-0.27 0.0000	-0.06 0.0000	-0.09 0.0000	0.18 0.0000	0.25 0.0000	0.04 0.0001	-0.05 0.0000
$\beta_{LE}$	-0.08 0.0000	-0.09 0.0000	-0.04 0.0000	-0.10 0.0000	-0.09 0.0000	-0.06 0.0000	0.03 0.0000	0.03 0.0000	0.04 0.0000	0.02 0.0000	0.03 0.0000	0.07 0.0000	0.09 0.0001
$\beta_{LM}$	-0.02 0.16	-0.01 0.14	-0.06 0.06	0.00 0.07	-0.01 0.15	-0.04 0.16	-0.14 0.10	-0.07 0.12	-0.27 0.31	-0.13 0.05	-0.20 0.29	-0.17 0.11	-0.25 0.17
$\beta_{LL}$	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0002 0.0002
$\beta_{EM}$	0.12 0.04	0.15 0.03	0.08 0.05	0.16 0.03	0.13 0.03	0.03 0.07	0.00 -0.02	-0.03 0.10	-0.04 0.10	-0.05 0.10	-0.02 0.05	-0.17 0.09	-0.11 0.02
$\beta_{EE}$	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0001 0.0001
$\beta_{MM}$	-0.12 -0.61	-0.16 -0.53	-0.06 0.02	-0.22 -0.55	-0.31 -0.55	-0.09 0.00	-0.12 -1.36	-0.13 0.68	0.03 -2.42	0.37 -1.62	0.29 -0.31	0.38 -5.84	0.31 -5.96
$\beta_Y$	0.3894 0.13	0.3970 0.12	0.5019 0.14	0.5259 0.16	0.6220 0.19	0.5524 0.15	2.0242 0.07	2.2586 0.06	2.8135 0.14	3.3447 0.14	2.8824 0.10	1.6963 0.00	1.6862 -0.03
$\beta_t$	0.0074 0.0000	0.0076 0.0000	0.0096 0.0000	0.0100 0.0000	0.0119 0.0000	0.0104 0.0000	0.0447 0.0000	0.0495 0.0000	0.0620 0.0000	0.0737 0.0000	0.0634 0.0000	0.0185 0.0000	0.0203 0.0000
$\beta_{EY}$			0.00 0.0003						0.02 0.0001			0.02 0.0037	
$\beta_{KY}$			-0.22 0.0011						0.01 0.0005			0.01 0.0021	
$\beta_{LY}$			0.12 0.0006						0.10 0.0002			0.10 0.0007	
$\beta_{MY}$			0.10 0.48						-0.12 0.56			-0.12 2.03	
$\beta_{RY}$			0.1317 -0.04						0.5219 -0.03			0.4450 0.00	
$\beta_{tY}$			0.0024 0.00						0.0114 0.01			0.0050 0.00	
$\beta_{Et}$			0.0003 0.00						0.0001 0.00			0.0004 0.00	
$\beta_{Lt}$			0.0001 0.00						0.0001 0.00			0.0003 0.00	
$\beta_{Kt}$			0.0007 0.00						0.0002 0.00			0.0002 0.00	
$\beta_{Mt}$			0.00 0.0004						0.00 0.0002			0.00 0.0003	

Note : Pour chaque paramètre, la deuxième ligne reporte son écart type estimé.  $\beta_{i'i} = \beta_{i'i}$  quelque soit  $i, i' = K, L, E, M$

**Tableau 9 : Estimation du modèle imposant l'hypothèse d'homothétie (B)**

	Groupe 1						Groupe 2				Groupe 3		
	Produits minéraux	Papier et carton	Chimie	Métallurgie	Bâtiment	Transport	Agriculture	Agro-alimentaire	Autres industries manufacturières	Services marchands	Services non marchands	Pétrole-charbon	Electricité - Gaz
$\beta_0$	-10.34	-8.88	-21.31	-20.47	-30.20	-24.80	-0.34	-5.33	-5.98	-16.05	-11.14	12.64	13.14
	0.5228	0.5566	0.9548	0.8668	1.2644	1.1306	1.4406	1.8472	2.1798	3.0466	2.5555	10.5630	10.8465
$\beta_E$	0.15	0.05	0.05	0.02	0.01	0.08	0.07	0.69	0.00	0.02	0.02	0.15	-0.02
	0.0023	0.0011	0.0007	0.0004	0.0003	0.0014	0.0010	0.0063	0.0010	0.0008	0.0009	0.0149	0.0019
$\beta_L$	-0.28	-0.19	0.28	0.25	0.27	0.97	0.25	-1.07	-0.35	-0.32	-0.35	0.05	0.12
	0.0035	0.0025	0.0046	0.0033	0.0034	0.0073	0.0025	0.0121	0.0062	0.0041	0.0038	0.0072	0.0085
$\beta_K$	-0.10	-0.09	0.45	0.50	0.51	-0.34	-0.18	1.57	0.07	-0.06	-0.08	0.07	-0.03
	0.0020	0.0018	0.0064	0.0047	0.0049	0.0059	0.0031	0.0116	0.0012	0.0014	0.0018	0.0061	0.0115
$\beta_M$	1.24	1.23	0.22	0.23	0.22	0.29	0.86	-0.19	1.28	1.36	1.40	0.73	0.93
	0.00	-0.01	-0.04	-0.03	-0.02	0.01	-0.01	-1.11	-0.02	-0.02	-0.02	-0.04	-0.03
$\beta_{KE}$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000
	-0.04	-0.03	-0.14	-0.14	-0.15	0.31	-0.10	-0.06	-0.12	-0.16	-0.17	-0.01	0.00
$\beta_{KL}$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001
	0.14	0.12	-0.09	-0.11	-0.10	0.11	0.32	0.47	0.08	0.25	0.28	0.01	0.08
$\beta_{KM}$	-0.09	-0.08	0.27	0.27	0.27	-0.43	-0.21	-0.90	0.07	-0.06	-0.09	0.04	-0.05
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001
$\beta_{LE}$	0.05	0.02	-0.01	0.00	0.01	-0.07	-0.03	0.73	-0.01	-0.01	-0.01	-0.09	-0.08
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000
$\beta_{LM}$	0.37	0.25	-0.04	-0.04	-0.04	-0.26	0.28	0.28	0.94	0.93	0.98	-0.02	-0.09
	-0.37	-0.24	0.19	0.18	0.18	0.02	-0.15	-2.55	-0.81	-0.75	-0.80	0.11	0.17
$\beta_{LL}$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001
$\beta_{EM}$	-0.10	-0.02	0.05	0.02	0.01	0.13	0.09	0.57	0.02	0.03	0.03	-0.15	-0.01
	0.17	0.09	0.09	0.06	0.05	0.12	-0.05	-0.19	0.02	0.00	0.00	0.27	0.12
$\beta_{EE}$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0000
	-0.41	-0.35	0.08	0.13	0.13	0.02	-0.69	-1.33	-1.03	-1.20	-1.28	0.15	0.02
$\beta_{MM}$	8.36	8.42	11.24	11.12	13.32	12.13	2.73	4.03	3.29	5.51	4.67	-5.84	-5.96
	0.3211	0.3311	0.4363	0.4182	0.5068	0.4799	0.6173	0.7074	0.7569	0.8976	0.8247	5.6125	5.6092
$\beta_Y$	-0.01	-0.01	-0.03	-0.02	-0.04	-0.04	-0.11	-0.12	-0.06	-0.09	-0.06	0.00	-0.03
	0.0010	0.0017	0.0039	0.0007	0.0008	0.0029	0.0031	0.0037	0.0032	0.0027	0.0041	0.0229	0.0416
$\beta_{YY}$			-2.40							-0.59			2.03
			0.1016							0.1316			1.4780
$\beta_{ii}$			0.00							0.00			0.00
			0.0001							0.0001			0.0013

Note : Pour chaque paramètre, la deuxième ligne reporte son écart type estimé.  $\beta_{ii} = \beta_{i'i}$  quelque soit  $i, i' = K, L, E, M$

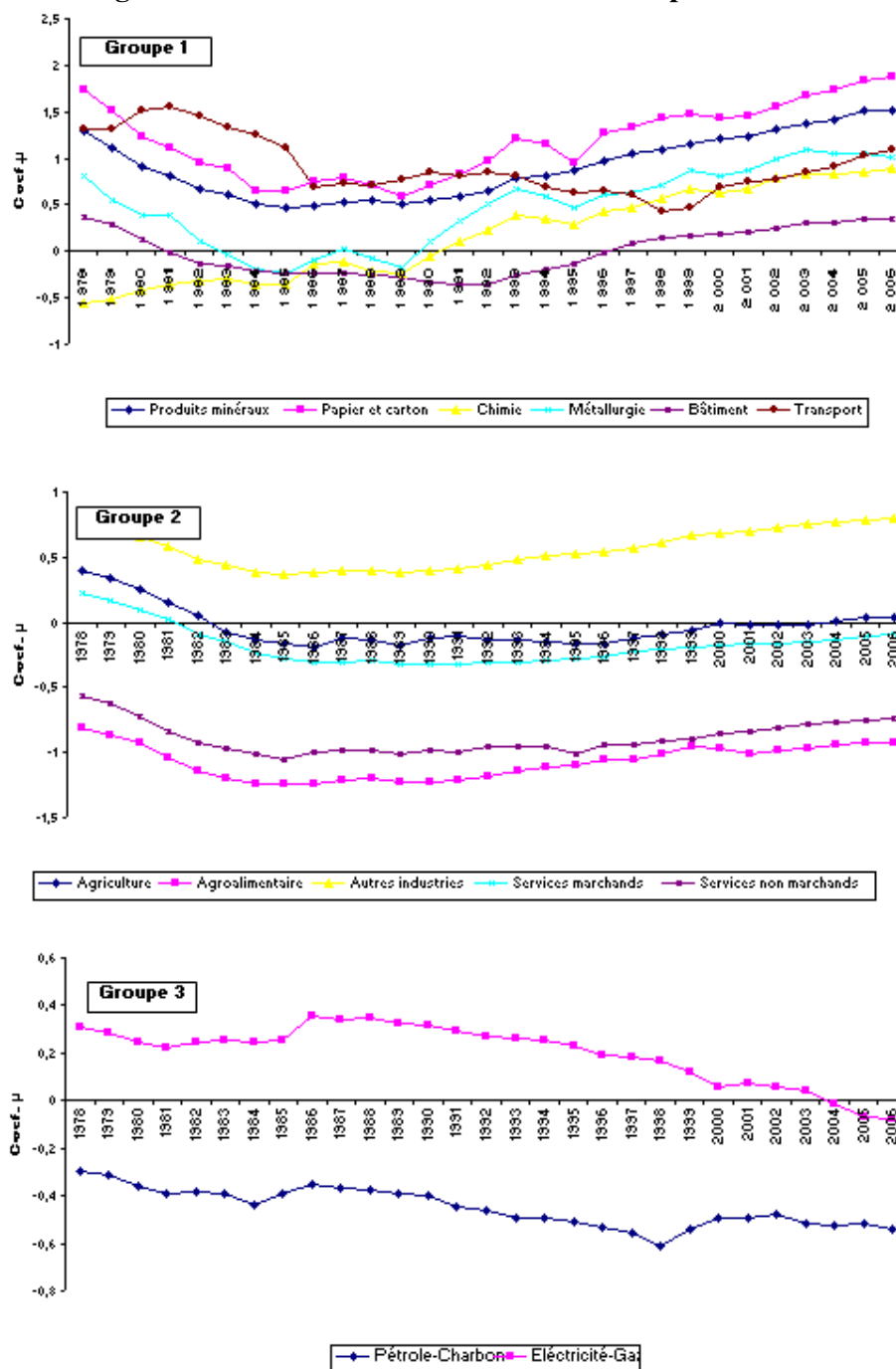
**Tableau 10 : Estimation du modèle imposant l'hypothèse d'homogénéité (C)**

	Groupe 1						Groupe 2				Groupe 3		
	Produits minéraux	Papier et carton	Chimie	Métallurgie	Bâtiment	Transport	Agriculture	Agro-alimentaire	Autres industries manufacturières	Services marchands	Services non marchands	Pétrole-charbon	Electricité - Gaz
$\beta_0$	2.01	4.58	3.46	-1.50	-1.20	-0.79	10.70	0.19	-2.20	-4.02	2.42	2.20	-0.68
	0.1661	0.1613	0.2303	0.1006	0.1512	0.1380	0.8720	0.1678	0.3128	0.2114	0.2159	0.2520	1.4895
$\beta_E$	0.02	0.01	0.44	0.01	0.00	0.04	-0.04	0.38	-0.03	-0.02	-0.02	0.47	0.18
	0.0005	0.0002	0.0009	0.0005	0.0004	0.0010	0.0012	0.0051	0.0002	0.0002	0.0001	0.0123	0.0090
$\beta_L$	0.29	0.28	0.29	0.26	0.28	0.28	0.19	-0.18	-0.55	-0.32	0.06	-0.10	-0.21
	0.0028	0.0047	0.0045	0.0029	0.0037	0.0021	0.0045	0.0033	0.0065	0.0021	0.0028	0.0032	0.0060
$\beta_K$	0.47	0.44	0.44	0.49	0.50	0.51	-0.18	0.42	0.93	0.81	0.57	-0.01	-0.06
	0.0040	0.0066	0.0060	0.0043	0.0048	0.0032	0.0019	0.0093	0.0056	0.0009	0.0025	0.0032	0.0047
$\beta_M$	0.22	0.27	-0.17	0.23	0.22	0.16	1.04	0.38	0.65	0.53	0.38	0.63	1.09
	-0.51	-0.02	-0.04	-0.02	-0.02	-0.04	-0.03	-0.18	0.01	-0.01	-0.01	-0.02	-0.02
$\beta_{KE}$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	-0.12	-0.11	-0.11	-0.11	-0.12	-0.13	-0.11	-0.07	0.37	0.11	-0.18	-0.02	-0.02
$\beta_{KL}$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\beta_{KM}$	0.36	-0.14	0.37	-0.14	-0.13	-0.11	0.36	0.01	-0.44	-0.26	-0.05	0.07	0.12
	0.27	0.27	-0.22	0.27	0.27	0.27	-0.21	0.24	0.06	0.15	0.24	-0.03	-0.08
$\beta_{KK}$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.00	0.01	-0.01	0.00	0.01	0.00	-0.01	0.05	-0.03	-0.02	-0.01	-0.04	-0.04
$\beta_{LE}$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001
$\beta_{LM}$	-0.07	-0.08	-0.07	-0.07	-0.07	-0.06	0.30	0.56	0.85	0.66	0.47	0.17	0.25
	0.19	0.19	0.19	0.18	0.19	0.19	-0.18	-0.54	-1.19	-0.76	-0.27	-0.11	-0.19
$\beta_{LL}$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\beta_{EM}$	0.44	-0.03	-0.04	-0.03	-0.03	-0.04	0.06	-0.13	0.03	0.02	0.02	-0.33	-0.23
	0.06	0.05	0.08	0.05	0.04	0.08	-0.02	0.26	-0.01	0.01	0.01	0.39	0.29
$\beta_{EE}$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0001
$\beta_{MM}$	-0.73	0.26	-0.26	0.24	0.23	0.20	-0.71	-0.44	-0.45	-0.42	-0.44	0.09	-0.14
	0.93	0.62	1.75	1.57	1.52	1.47	-1.34	1.05	1.15	1.93	0.71	0.38	1.13
$\beta_Y$	0.0547	0.0537	0.0644	0.0253	0.0308	0.0348	0.2152	0.0368	0.0600	0.0339	0.0390	0.0625	0.4480
	0.01	0.01	-0.02	0.00	-0.02	-0.02	0.01	0.00	-0.01	-0.02	0.01	0.00	0.01
$\beta_i$	0.0006	0.0011	0.0018	0.0003	0.0004	0.0011	0.0028	0.0006	0.0019	0.0010	0.0008	0.0013	0.0129

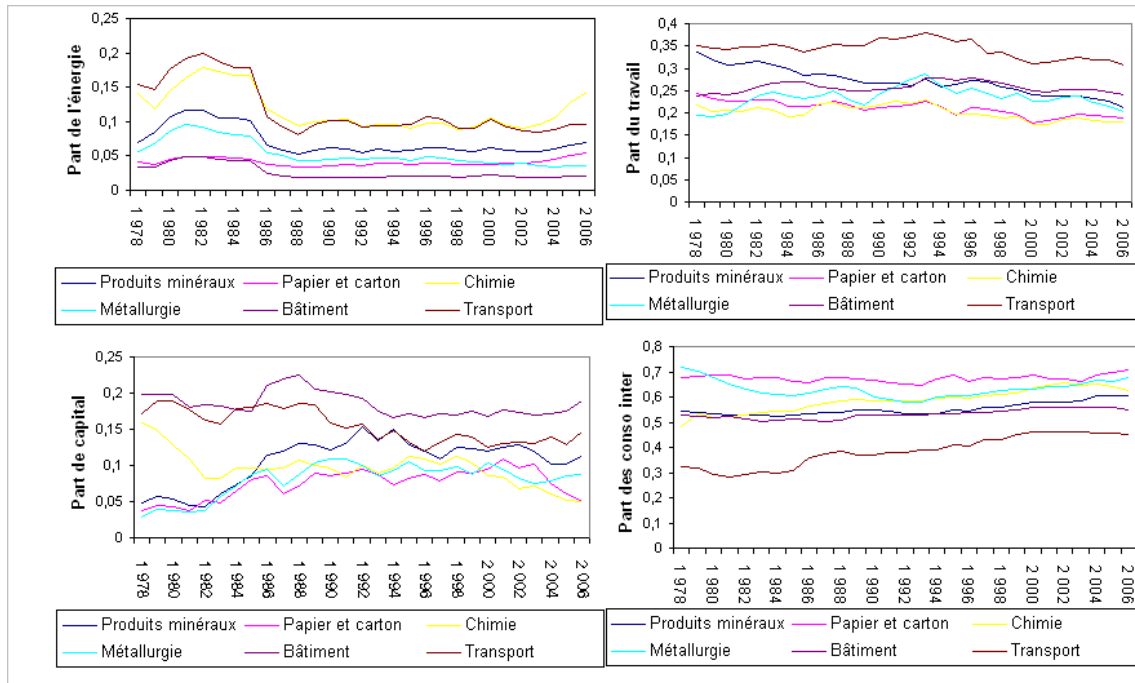
Note : Pour chaque paramètre, la deuxième ligne reporte son écart type estimé.  $\beta_{ii} = \beta_{i'i}$  quelque soit  $i, i' = K, L, E, M$

## Annexe C : Evolution des rendements d'échelle et des parts distributives

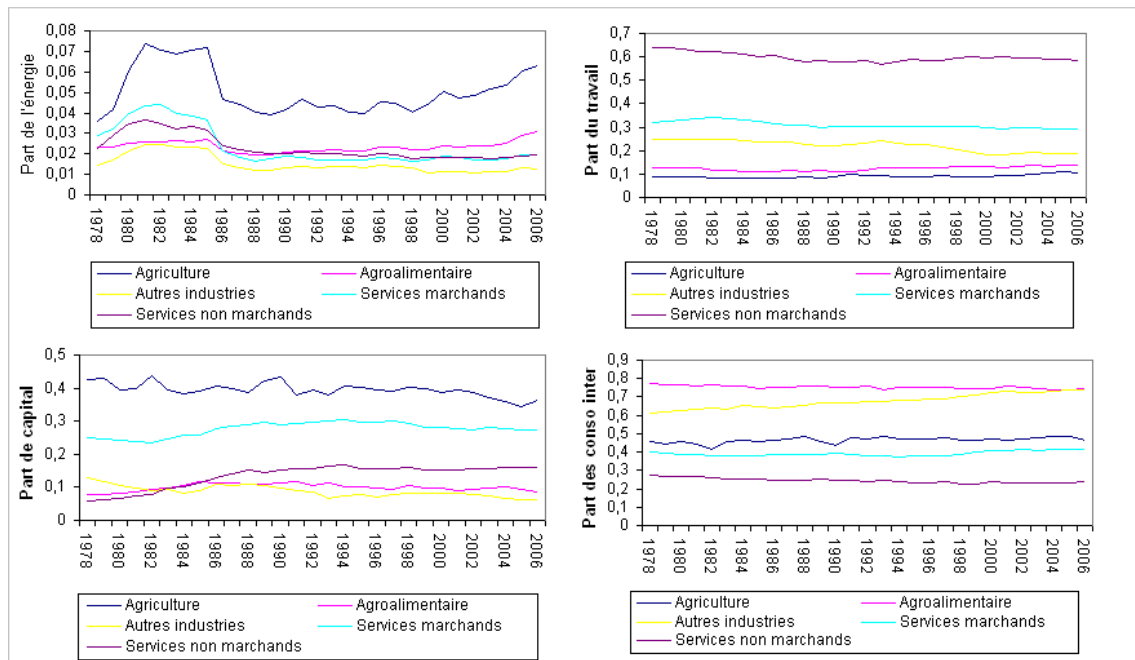
Figure 1. Evolution des rendements d'échelle par secteurs



**Figure 2 : Evolution des parts de facteurs des secteurs de groupe 1**



**Figure 3 : Evolution des parts de facteurs des secteurs du groupe 2**



**Figure 4 : Evolution des parts de facteurs des secteurs du groupe 3**

