

Le modèle de cycle de vie, une approche numérique

Françoise Charpin

Département d'économétrie de l'OFCE et université de Paris X

Cet article vise à déterminer numériquement les comportements de consommation, d'épargne et d'accumulation résultant de l'application du modèle dit de cycle de vie. Dans sa version élémentaire ce modèle ne comporte qu'un seul taux d'intérêt, c'est-à-dire que les agents peuvent placer et emprunter au même taux. En conséquence leur endettement est excessif, ce qui est logique puisqu'il n'y a pas de coût à l'emprunt. Si l'on veut obtenir des résultats plausibles, il faut donc introduire des taux d'emprunt et de placement différents, le premier étant supérieur au second. La résolution de ce modèle est présentée pour diverses catégories socio-professionnelles. On constate d'autre part que pour certains agents, la consommation peut dépendre du seul revenu courant, ce qui est le cas en macro-économétrie, mais qui n'apparaissait pas dans le modèle élémentaire de cycle de vie, où la consommation ne dépendait que des revenus cumulés.

Le modèle de cycle de vie, introduit par Modigliani, décrit de façon normative le comportement dans le temps d'un agent qui consomme, épargne et accumule selon une certaine rationalité. Évaluant l'ensemble des revenus qu'il percevra au cours de la vie, l'agent choisit la façon optimale de les consommer en maximisant son utilité. Pour qu'un modèle puisse proposer un comportement intéressant il faut qu'il tienne compte des contraintes normales de l'environnement. Il faut aussi disposer des informations nécessaires à sa résolution numérique. De nombreux modèles de théorie économique sont loin de remplir ces deux conditions. Nous voulons dans cet article montrer que le modèle de cycle de vie peut être mis en œuvre numériquement et représenter des évolutions plausibles.

L'évaluation numérique a impliqué que soient établis des profils de salaire selon l'âge pour plusieurs catégories socio-professionnelles. Ces profils pourront être représentés par une fonction mathématique permettant les calculs théoriques. Pour tenir compte des contraintes normales de l'environnement, il est par ailleurs essentiel d'introduire des taux différents pour les emprunts et pour les placements, hypothèse généralement absente de la théorie économique. En effet, dans le cas d'un taux d'intérêt unique, les agents s'endettent massivement avec le

modèle de cycle de vie. De plus la consommation de l'agent ne dépend pas du revenu du moment, ce qui va à l'encontre des résultats économétriques obtenus au niveau macroéconomique. Or l'introduction d'un taux d'emprunt supérieur au taux de placement permet de limiter convenablement l'endettement de l'agent. Sous cette hypothèse on constate également que la consommation de certains agents peut devenir égale à leur revenu durant de longues périodes de temps. En redonnant, au moins partiellement, au revenu courant son rôle explicatif, on réconcilie ainsi les approches micro et macroéconomiques.

Après un rappel de l'hypothèse de cycle de vie en partie 1, on montre, en partie 2, comment mettre en œuvre numériquement le modèle. Dans la partie 3, on constate que la version élémentaire du modèle de cycle de vie implique des endettements trop importants. Pour limiter l'emprunt, on introduit en partie 4 un taux d'emprunt supérieur au taux de placement. Enfin, en partie 5 on examine les implications macroéconomiques de l'hypothèse de cycle de vie.

L'hypothèse de cycle de vie

On suppose que l'agent évalue au début de sa vie active le total des ressources dont il disposera durant son existence : il s'agit, en fait, de la somme cumulée de ses revenus du travail car on ne tient pas compte ici d'espérances d'héritage ou de gains en capital. En maximisant son utilité, il choisit ensuite de consommer cette somme de façon optimale. Ainsi, plutôt que de consommer en fonction du revenu du moment, l'agent considère l'ensemble de ses ressources qu'il mobilise à son gré au cours du temps par le biais de l'emprunt ou du placement. S'il désire consommer plus que son revenu présent il doit emprunter, sinon il épargne. L'idée centrale de l'hypothèse de cycle de vie, qui est de déconnecter le profil de la consommation de celui du revenu, est somme toute naturelle.

Pour mettre en œuvre cette idée, il faut faire des hypothèses fortes. L'agent doit connaître le futur sans incertitude : sa durée de vie, les revenus de son travail pendant toute son existence, les taux d'intérêt qu'il subira. Il doit aussi être capable d'exprimer ses préférences temporelles. En résolvant le problème d'optimisation I (donné en annexe), il obtient alors ce que doit être l'évolution de sa consommation au cours du temps.

Cette solution propose une consommation initiale et un mode de croissance, par exemple ⁽¹⁾ à taux constant. Si le taux d'actualisation de l'agent exprimant ses préférences temporelles est élevé, cela signifie qu'il veut pouvoir consommer dès le début de sa vie à un niveau élevé : alors sa consommation initiale sera forte et croîtra ensuite faiblement. Si

(1) C'est le choix de la fonction d'utilité qui détermine le mode d'évolution.

son taux d'actualisation est faible, il pourra attendre pour satisfaire ses besoins de consommation : sa consommation initiale sera faible, mais aura une croissance forte. Dans le cas du modèle I, où figure un seul taux d'intérêt constant au cours du temps, son impatience est maximale lorsque son taux d'actualisation est égal au taux d'intérêt. Cet agent veut tout tout de suite et sa consommation sera donc constante au cours de sa vie. S'il avait un taux d'actualisation supérieur au taux d'intérêt, sa consommation serait décroissante tout au long de son existence. Cette situation étant peu vraisemblable, on choisira un taux d'actualisation inférieur ou égal au taux d'intérêt.

Connaissant le profil de la consommation et celui du revenu, l'agent peut alors déterminer quel sera le profil d'accumulation de son épargne, ou encore le profil de son actif⁽²⁾. L'illustration la plus célèbre de la théorie du cycle de vie⁽³⁾ réside dans ce profil d'accumulation, en forme de cloche, exprimant que les agents épargnent pendant la période d'activité pour désépargner pendant la retraite. Mais un tel profil d'accumulation n'apparaît que si le revenu de l'agent est constant pendant la période d'activité et nul pendant la retraite⁽⁴⁾.

La première question qui vient à l'esprit est donc de se demander quel serait le profil d'accumulation d'un agent dont le revenu serait croissant pendant la période d'activité et non nul pendant la retraite ce qui est la situation de la plupart des individus. Comme nous allons le voir, la célèbre courbe en cloche disparaît ; l'agent s'endette dès le début de la vie, reste débiteur pendant plus de la moitié de sa période d'activité et accumule très faiblement, voire pas du tout. Son profil d'accumulation est donc complètement inversé par rapport à l'illustration traditionnelle et prend la forme de U. Ceci est tout à fait dans la logique de l'hypothèse de cycle de vie. En effet, si l'agent a un taux d'actualisation non nul, il va chercher à consommer rapidement, à un niveau dépassant ses moyens actuels, puisqu'il sait que son revenu va croître et que ses besoins pendant la retraite seront partiellement financés. Ainsi il s'endettera dès le début de sa vie active, la croissance de son revenu devant lui permettre de rembourser sa dette. Mais, comme on va le voir, l'endettement des agents est alors massif et l'accumulation tellement faible qu'au *niveau agrégé* les ménages ne pourraient plus être créditeurs comme ils le sont largement en réalité. Le modèle I qui correspond au modèle de base de la théorie du cycle de vie est un peu trop élémentaire ; il faut donc l'enrichir. Or, en faisant intervenir un taux d'emprunt supérieur au taux de placement, les agents s'endettent et accumulent raisonnablement, étant donné les différences de taux observés couramment. Le profil d'accumulation en cloche réapparaît. Le modèle II donné en annexe tient compte de cette hypothèse.

(2) Dans le modèle I il n'y a qu'une seule façon de placer son épargne donc un seul actif financier.

(3) Figure 1 p. 25 dans Modigliani [1986].

(4) La figure 1 dans Modigliani [1986] correspond à ce cas avec en plus l'hypothèse d'un taux d'intérêt et d'actualisation nuis.

Mise en œuvre numérique d'un modèle de cycle de vie

Commençons par la donnée la plus difficile à obtenir : le profil de revenu de l'agent pendant toute son existence. Une des originalités de cet article est d'avoir utilisé des profils de carrière individuelle observés, correspondant à diverses catégories socio-professionnelles.

Les profils de revenu du travail

Deux questions se posent concernant l'évolution du revenu :

— quelle est la croissance moyenne du revenu du travail au cours de la vie active, pour une carrière donnée ?

— quelle forme prend le profil du revenu durant cette période ? ce profil peut être *convexe* si le taux de croissance du revenu est constant, *concave* lorsque le taux de croissance décroît avec l'âge, ou bien à la fois convexe et concave.

Comme les profils individuels ne sont pas directement observables, comment peut-on les reconstituer au mieux, à partir de l'information existante en matière de revenu du travail ?

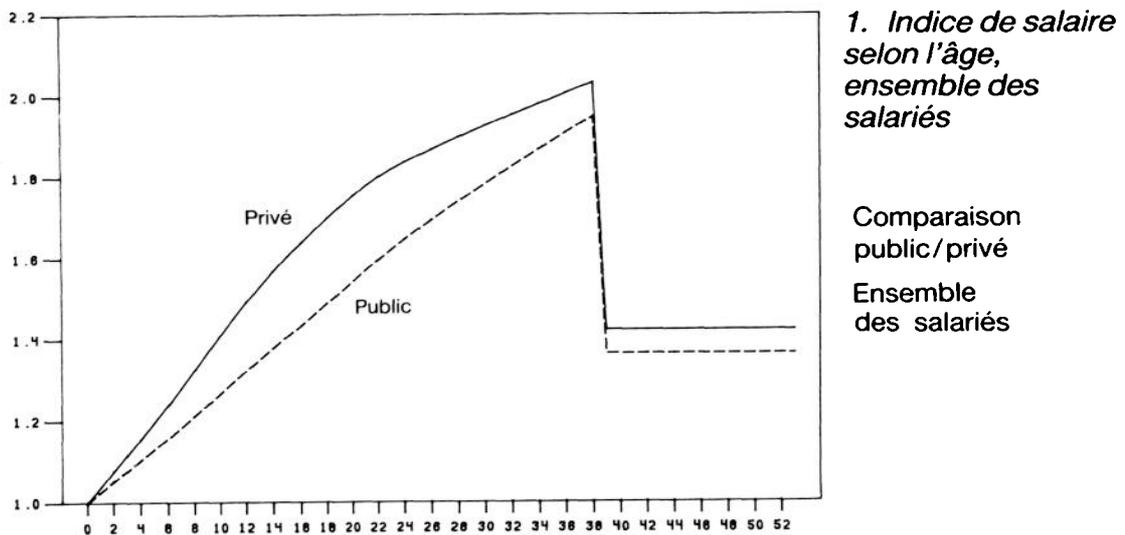
Deux articles de J.Y. Fournier, parus dans la revue *Economie et statistique* [1986] et [1988], traitant de l'évolution des salaires dans le secteur public et privé, permettent de faire cette reconstitution. Ces deux articles utilisent le concept de GVT ou « glissement-vieillesse-technicité ». Enjeu des négociations salariales dans la fonction publique, le GVT permet d'apprécier l'effet des augmentations individuelles sur la masse des salaires versés. En effet, l'augmentation de la masse salariale résulte de plusieurs causes, dont les promotions individuelles et les augmentations générales, exogènes à l'individu, résultant de la croissance économique. Un indice de salaire rend compte des secondes, le GVT des premières, puisqu'il permet de mesurer l'augmentation du salaire individuel résultant des avancements et promotions.

Ainsi, grâce aux avancements et promotions, le salaire individuel augmente en moyenne de 2 % par an dans le secteur privé et de 1,7 % par an dans la fonction publique. Dans les deux secteurs l'avancement est plus élevé chez les hommes que chez les femmes et, pour toutes les catégories, il est plus rapide en début de carrière. Dans le privé, il passe de 3,5 % en début de vie active à 0,8 % en fin de carrière, dans le public de 2,5 % à un peu plus de 1 %. Dans les deux articles mentionnés les taux d'avancement *par âge* et pour diverses catégories de salariés sont donnés.

En « enchaînant » ces taux d'avancement, il est possible de fabriquer des profils de salaire pour les catégories considérées et l'ensemble des

salariés de chaque secteur. On obtient alors des profils individuels retraçant la progression du salaire qui ne résulte pas de la conjoncture économique. Ce sont donc des profils enregistrant des croissances minimales. En réalité entre 1950 et 1978 le pouvoir d'achat du salaire a triplé, soit une croissance de 4 % l'an. Ces 4 % s'ajoutent donc au taux d'avancement individuel et il en résulte, au moins durant cette période de 28 ans, une croissance des salaires individuels nettement plus forte que celle que nous envisagerons. Cependant depuis 1978 le pouvoir d'achat du salaire augmente très faiblement ou stagne. Ainsi, si cette conjoncture dépressive se prolonge durablement, les taux d'avancement représenteront à peu de choses près la croissance du salaire individuel. On emploiera par la suite des taux d'avancement individuels, indépendants de la conjoncture économique, en gardant toutefois présent à l'esprit que la croissance des salaires est voisine de ces taux en période de récession, mais bien plus élevée en période d'expansion.

Sur le graphique 1, les profils tracés correspondent à la catégorie « ensemble », pour les secteurs privé et public. Ils figurent en indice, c'est-à-dire en partant d'un salaire initial égal à 1.



On a considéré en abscisse 38 ans de vie active ($t=0 \dots 38$), puis une retraite de 15 ans ($t=39 \dots 53$), la fin de la vie ayant lieu en $T=53$. Durant sa retraite le salarié touche 70 % de son dernier revenu d'activité, ordre de grandeur raisonnable dans le cas de la France comme on l'expliquera par la suite. On voit qu'en terme de croissance globale, le public et le privé sont dans des situations voisines pour la catégorie « ensemble » : un salaire multiplié par 2 durant la vie active (1,95 pour le secteur public). Par contre la forme des profils diffère un peu ; forme plus concave pour le privé, presque linéaire pour le public. Le graphique 1 compare les *indices* de salaire, mais en termes de *niveaux* la courbe du secteur public serait située au dessus de celle du privé, car, en francs 1985, le salaire annuel net initial du public serait de 64 560 F tandis que celui du privé serait de 52 920 F.

Nous venons de décrire la situation générale (ensemble des salariés dans chaque secteur), mais nous allons en fait nous intéresser aux profils de carrière des diverses catégories de chaque secteur.

Précisons d'abord quel taux de remplacement ⁽⁵⁾ du salaire nous allons choisir pour la retraite des salariés. On utilise pour cela les valeurs fournies dans A. Babeau [1985], tableau 11, p. 90. Pour les fonctionnaires le taux de remplacement du dernier salaire *brut* perçu est de 75 %. C'est un salaire hors prime qui entre dans le calcul, si bien que certains fonctionnaires touchant des primes importantes ont un taux de remplacement du total, salaire plus prime, bien inférieur. Ces fonctionnaires sont peu nombreux, moins de 1 % de l'ensemble. Pour les salariés du secteur privé, le taux de remplacement varie : de 71 à 76 % pour les non-cadres, de 51 à 67 % pour les cadres. Le taux le plus bas (51 %) concerne une proportion très faible de cadres dont le salaire est très élevé. Ces taux sont calculés à partir des salaires *bruts*. Le taux de remplacement est plus fort lorsqu'il l'est à partir des salaires *nets* ⁽⁶⁾ ; cela est dû au fait que les cotisations sociales sur les salaires d'activité sont proportionnellement plus fortes que sur les pensions de retraite.

Ici, le salaire considéré est le salaire *net*, et donc les taux de remplacement que nous devons choisir doivent être un peu plus élevés que ceux que nous avons énumérés. Aussi a-t-on pris :

- 70 % pour la catégorie A de la fonction publique, taux relativement bas à cause des fonctionnaires recevant des primes ;
- 78 % pour les catégories B, C et D de la fonction publique ;
- 60 % pour les cadres supérieurs du secteur privé ;
- 70 % pour les cadres moyens du privé ;
- 78 % pour les employés et ouvriers du privé.

Sur les graphiques 2 à 9 sont donnés, en trait pointillé, les profils des indices de salaire des diverses catégories considérées. Le trait plein retrace un profil ajusté par une formule générale que nous allons expliciter maintenant. Avoir un profil théorique en plus du profil observé est intéressant pour pouvoir résoudre de manière algébrique les modèles de cycle de vie.

On remarque sur les graphiques 2 à 9 que les profils observés sont suffisamment réguliers pour espérer trouver une fonction permettant de les engendrer. La fonction suivante répond à la recherche :

$$(1) \quad Y(t) = Y(0) [\mu e^{-\lambda t} + 1 - \mu] \quad \text{pour } t \in [0,38]$$

La variable t représente l'âge de l'individu, $t=0$ étant l'entrée dans la vie active. La formule (1) correspond à la période d'activité. Pendant la retraite le salaire est constant, obtenu avec les taux de remplacement énumérés ci-dessus. Les profils en indice sont définis à l'aide des 2 paramètres λ et μ . Remarquons que si le salaire croissait au taux constant g , le profil serait donné par la formule suivante :

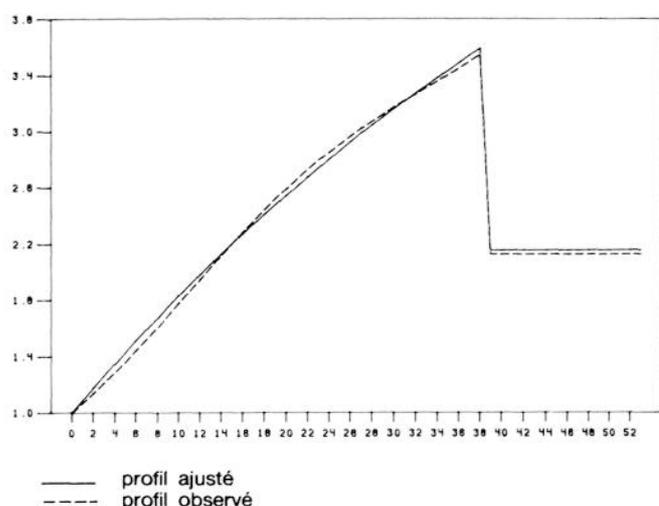
$$(2) \quad Y(t) = Y(0) e^{g t}$$

(5) Rapport du dernier salaire d'activité au premier salaire de retraité.

(6) Pour un professeur agrégé de l'enseignement secondaire, hors classe, le taux de remplacement calculé sur les traitements nets dépasse 85 %. Pour un certifié, il se situe entre 80 et 85 %.

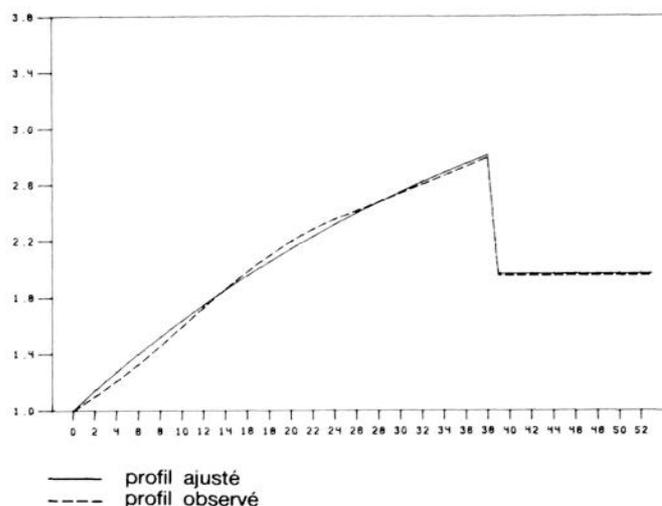
2. *Indice de salaire du cadre supérieur du privé selon l'âge*

Secteur privé, cadre supérieur



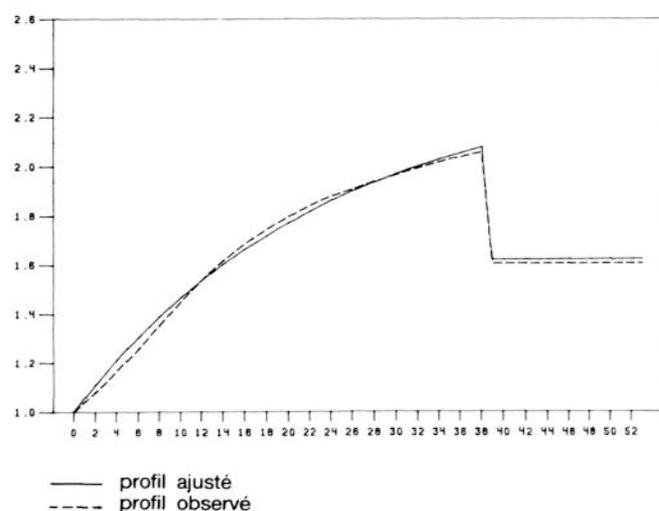
3. *Indice de salaire du cadre moyen du privé selon l'âge*

Secteur privé, cadre moyen



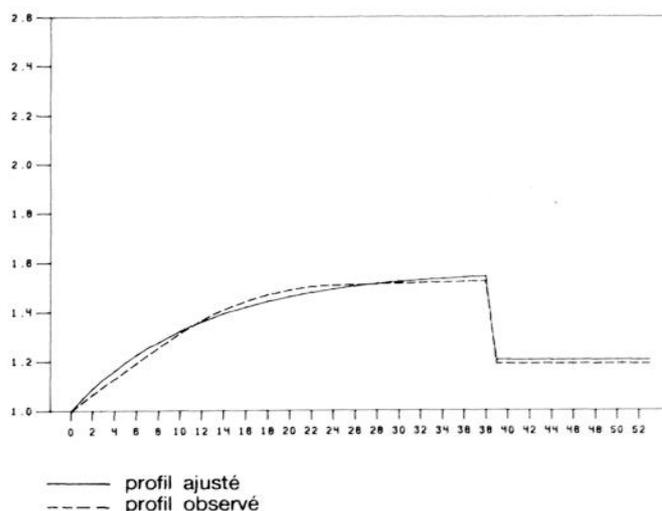
4. *Indice de salaire de l'employé du privé selon l'âge*

Secteur privé, employé



5. *Indice de salaire de l'ouvrier du privé selon l'âge*

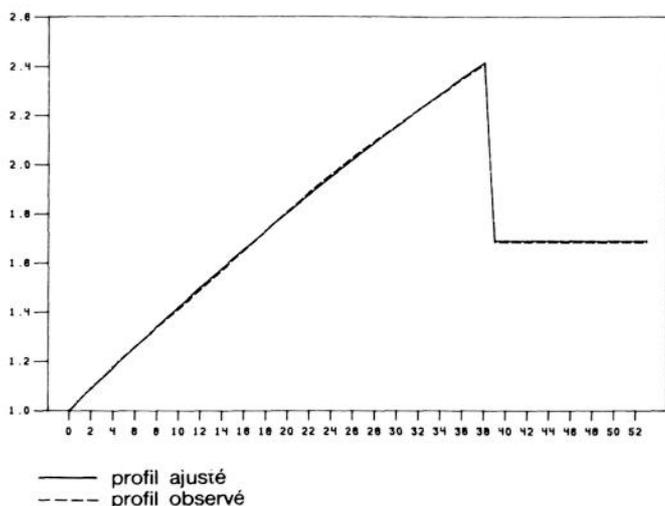
Secteur privé, ouvrier



La formule (2) apparaît comme un cas particulier de (1), obtenu en faisant $\lambda = -g$ et $\mu = 1$. Pour avoir la concavité, ce qui est le cas des profils observés, il faut que λ soit positif et μ négatif. Il reste maintenant à trouver des valeurs acceptables pour les paramètres de la formule (1). On le fait par l'économétrie. Les résultats obtenus sont très satisfaisants : les profils observés et ajustés des graphiques 2 à 9 sont très proches, voire indiscernables pour le secteur public. Le tableau 1 fournit les valeurs estimées des paramètres λ et μ pour chaque catégorie et pour l'ensemble de chaque secteur.

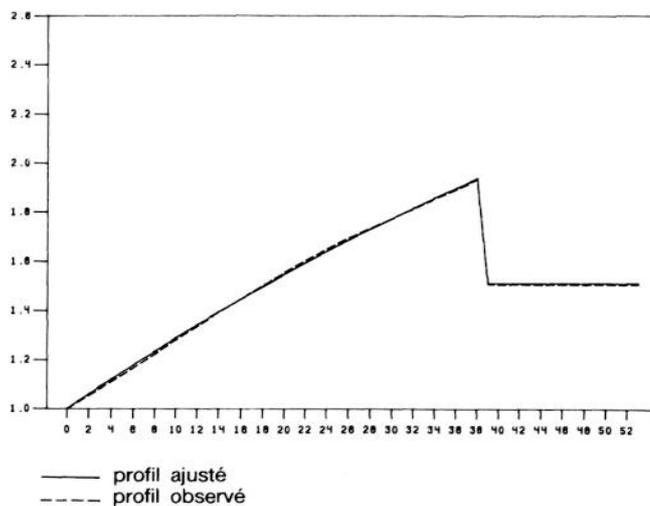
6. Indice de salaire du fonctionnaire de catégorie A selon l'âge

Secteur public, catégorie A



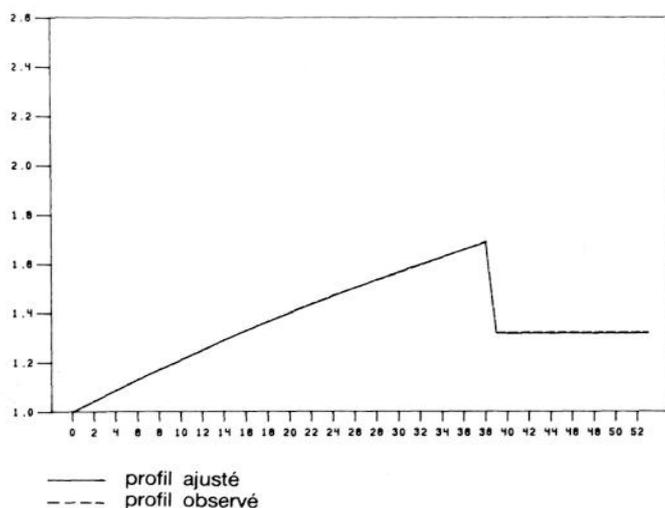
7. Indice de salaire du fonctionnaire de catégorie B selon l'âge

Secteur public, catégorie B



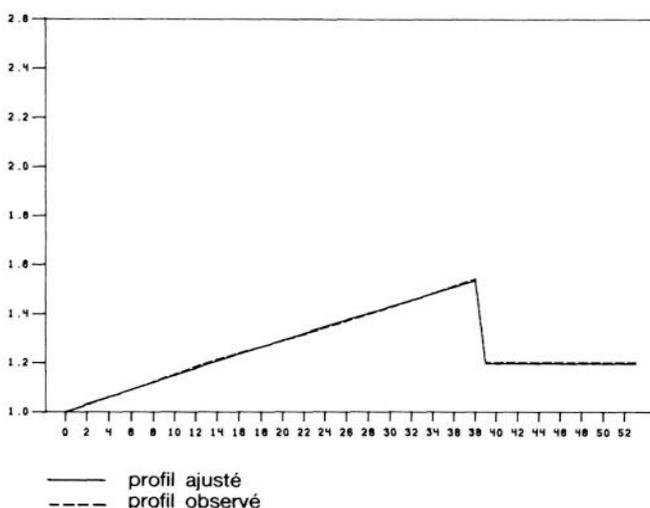
8. Indice de salaire du fonctionnaire de la catégorie C selon l'âge

Secteur public, catégorie C



9. Indice de salaire du fonctionnaire de la catégorie D selon l'âge

Secteur public, catégorie D



Les graphiques 2 à 9 ne sont pas tracés avec la même échelle en ordonnée. Il y en a deux :

- la première allant de 1 à 3,8 pour les cadres supérieurs et moyens du secteur privé ;

- la deuxième allant de 1 à 2,6 pour tous les autres graphiques ; ces derniers sont donc directement comparables. Mais il s'agit d'une comparaison en termes de croissance et non en termes de niveau. Sur les graphiques 10 et 11 figurent les profils en niveau, avec la même

1. Valeurs des paramètres des profils de salaire

	λ	μ
Secteur privé :		
Ensemble.....	0,0372	- 1,3848
Cadres supérieurs	0,0146	- 6,0764
Cadres moyens.....	0,0227	- 3,1375
Employés.....	0,0421	- 1,3520
Ouvriers	0,0843	- 0,5670
Secteur public :		
Ensemble.....	0,0066	- 4,3133
Catégorie A.....	0,0092	- 4,7977
Catégorie B.....	0,0121	- 2,5517
Catégorie C.....	0,0120	- 1,8826
Catégorie D.....	0,0046	- 3,3494

Source : Calculs OFCE.

échelle. Pour cela on est parti des salaires initiaux donnés dans le tableau 2 et exprimés en francs 1985.

D'une manière générale les profils du secteur public sont presque linéaires, ceux du privé plus concaves. La croissance des salaires des cadres supérieurs du privé est nettement plus forte que celle de la catégorie A du secteur public (graphiques 2 et 6). Il en est de même pour les niveaux, car le salaire de départ est un peu plus élevé dans le privé que dans le public (graphiques 10 et 11). Les ouvriers du privé ont un salaire de départ supérieur à ceux des employés, car il s'agit ici des ouvriers qualifiés.

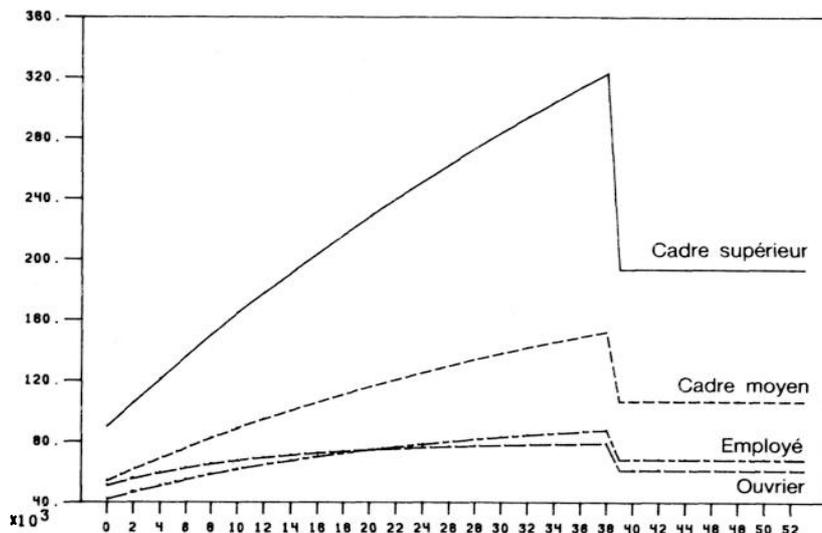
2. Les salaires annuels nets de départ
par catégorie socio-professionnelle, en francs 1985

Privé :	
Cadres supérieurs	89 880
Cadres moyens	54 120
Employés	42 120
Ouvriers	51 000
Public :	
Catégorie A	86 280
Catégorie B	64 440
Catégorie C	56 880
Catégorie D	46 800

Source : Calculs OFCE.

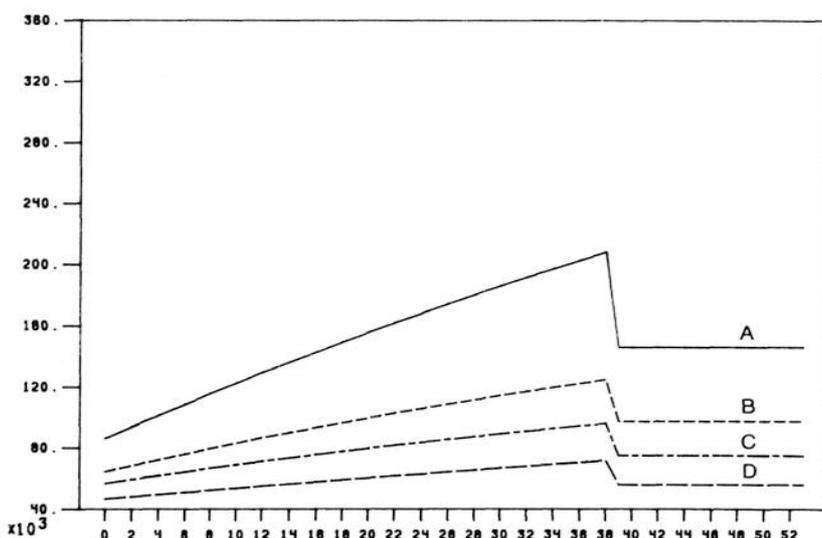
10. Salaires annuels nets du privé selon l'âge, en francs 1985

Secteur privé



11. Salaires annuels nets du public selon l'âge, en francs 1985

Secteur public



La fonction d'utilité et les taux d'intérêt

Le choix de la fonction d'utilité donne le mode d'évolution de la consommation optimale. La plus couramment utilisée par les théoriciens du cycle de vie donne une croissance à taux constant, formule (3) :

$$(3) \quad U(C) = \frac{1}{1-a} C^{1-a} \quad a > 0 \text{ différent de } 1$$

Nous utiliserons ici cette fonction. Le paramètre a est en général compris entre 2 et 4 (voir par exemple Skinner [1985] et Davies [1981]). Les résultats du modèle à deux taux d'intérêt nous conduisent à préférer $a=3$ comme on l'expliquera en partie 4.

Avec la fonction (3), un taux d'actualisation δ et un taux d'intérêt réel r constants au cours de la vie, la consommation optimale du modèle I croît au taux $\gamma = (r-\delta)/a$. Il nous a semblé peu réaliste que la consommation croisse pendant la retraite. Nous préférons donc une

consommation constante pendant cette période. Pour obtenir ce résultat il suffit de choisir deux valeurs pour le taux d'actualisation de l'agent, l'une pour la période d'activité $\delta \leq r$, l'autre r pour la retraite. Il est tout à fait réaliste de supposer la préférence pour le présent plus forte à la retraite.

La valeur du taux d'actualisation δ de l'agent doit être choisie en fonction du (ou des) taux d'intérêt retenus. En général on retient pour le placement un taux d'intérêt *réel* de 3 %. C'est ce que nous ferons ici. Le taux d'actualisation prendra donc des valeurs comprises entre 0 et 3 %.

Les profils d'accumulation dans le modèle de base

Connaissant l'évolution optimale de la consommation (croissance au taux γ pendant la période d'activité, constance ensuite), il reste à déterminer la valeur initiale de la consommation. Pour cela on écrit une contrainte budgétaire sur la vie, exprimant que la somme actualisée des consommations doit être égale à la somme actualisée des revenus du travail, moins un éventuel héritage, dans le cas où l'agent a l'intention d'en léguer un. Dans ce cas nous avons choisi un legs égal à deux fois le revenu annuel initial (soit environ 5 % de la valeur actualisée des revenus du travail au cours de la vie) ordre de grandeur évoqué dans D. Kessler et A. Masson [1979].

La valeur initiale de la consommation est une fraction du total des ressources de l'agent. Ensuite la consommation est supérieure ou égale à cette valeur initiale, puisqu'ici il y a croissance ou constance de la consommation au cours de la vie. C'est donc cette valeur initiale qui représente le niveau minimum de consommation de l'agent. Dans le cas extrême où l'agent ne percevrait aucune ressource sur le cycle de vie, le modèle impliquerait une consommation nulle, car avec la fonction d'utilité retenue, il y a proportionnalité entre consommation et ressource totale.

Connaissant les profils de la consommation et du revenu, on détermine celui de l'actif. Dans toute la suite les résultats numériques concernant ces profils sont donnés en niveau (francs 1985). En fait, pour chaque catégorie, les calculs sont menés en partant d'un salaire initial unitaire et ils donnent les profils en indice. Il suffit de multiplier par le salaire initial les trois profils (salaire, consommation, actif) pour obtenir les niveaux. Nous donnons cette précision pour faire apparaître que le rôle du niveau est celui d'un facteur d'échelle.

La première simulation à laquelle on pense correspond au choix d'un taux d'actualisation de l'agent égal au taux d'intérêt réel, tant cette hypothèse est répandue dans la littérature. Il y a des raisons à cela ; parmi elles le fait que, dans ce cas, la solution du modèle I devient indépendante du choix de la fonction d'utilité. Cependant ceux qui font

cette hypothèse n'ont jamais dû réaliser l'endettement qu'elle entraînait pour les agents. En effet, pour parvenir à maintenir le même niveau de consommation tout au long de leur vie, les agents doivent emprunter des sommes inadmissibles pour les banquiers et les ménages dans leur ensemble seraient complètement débiteurs.

Sur le graphique 12 on a reporté le profil sur le cycle de vie de l'actif de chaque catégorie en francs 1985. On a supposé que chacune léguait un héritage, situation qui limite très légèrement leur endettement, puisqu'il faut accumuler pour pouvoir léguer. La célèbre forme en cloche du profil d'accumulation a disparu. Les agents n'accumulent plus, mais s'endettent massivement, au moins durant toute la période d'activité. Les niveaux d'endettement maximums sont irréalistes, tableau 3 première colonne, plus de 1 000 000 F pour les cadres supérieurs du privé, aux alentours de 500 000 F pour la catégorie A du public et les cadres moyens du privé, ..., et enfin 85 000F pour les ouvriers.

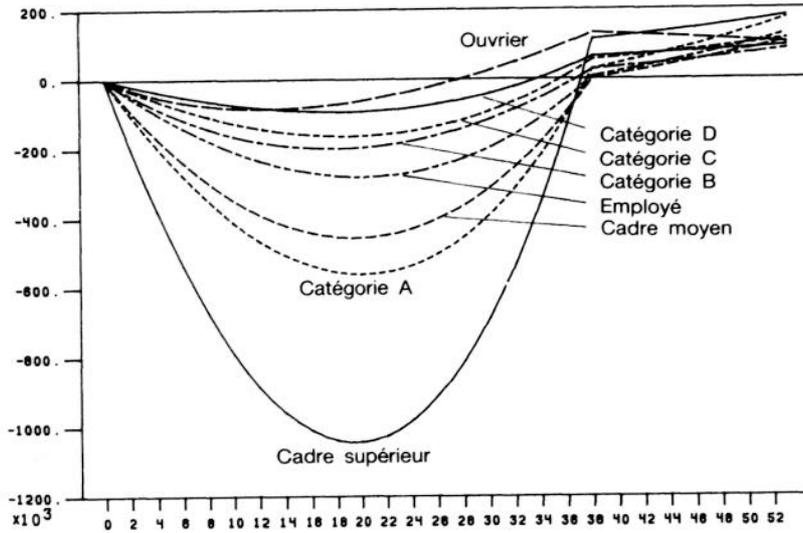
Si on pense aux montants empruntés par les ménages pour acheter un logement, les sommes énumérées ci-dessus sont du même ordre. Cependant le modèle de cycle de vie, tel qu'il est posé, n'a pas pour objet de retracer l'accumulation du logement. Remarquons pour s'en convaincre rapidement, que lorsque l'on achète un logement, on a à son actif un capital logement et à son passif une somme empruntée, soit un bilan nul au moment de l'achat. Pour décrire le problème du logement, le modèle de cycle de vie devrait comporter deux actifs A et X, l'un financier, l'autre physique, mais ceci dépasse le cadre de notre étude. L'endettement considéré ici est donc un endettement pour l'achat de bien de consommation ; or il est clair que les sommes énumérées ne sont pas réalistes.

Considérons maintenant un taux d'actualisation intermédiaire entre 0 et 3 %, égal à 1,5 %. Choisissons toujours un héritage. Sur le graphique 13 figure pour chaque catégorie le profil de l'actif ; l'échelle est telle que ce graphique est directement comparable au précédent. La valeur maximum de la dette des agents est donnée en deuxième colonne du tableau 3. L'endettement est encore trop important.

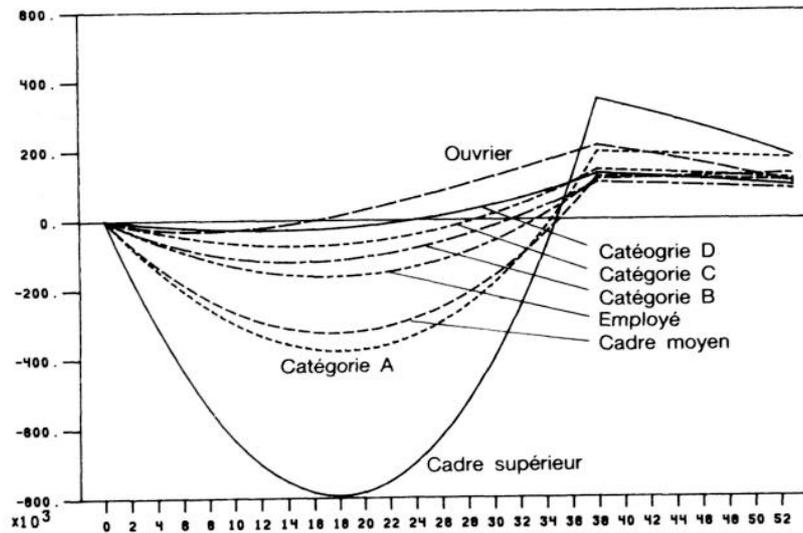
3. Endettement maximum des agents, selon le taux d'actualisation δ , en francs 1985

	3 %	1,50 %	0 %
Privé :			
Cadre supérieurs	1 044 300	793 710	557 150
Cadres moyens	455 380	325 480	206 620
Employés	198 320	120 270	57 480
Ouvriers.....	84 480	31 950	5 100
Public :			
Catégorie A.....	560 240	377 980	211 600
Catégorie B.....	280 160	162 220	62 450
Catégorie C.....	163 000	73 920	11 550
Catégorie D.....	93 500	28 810	0

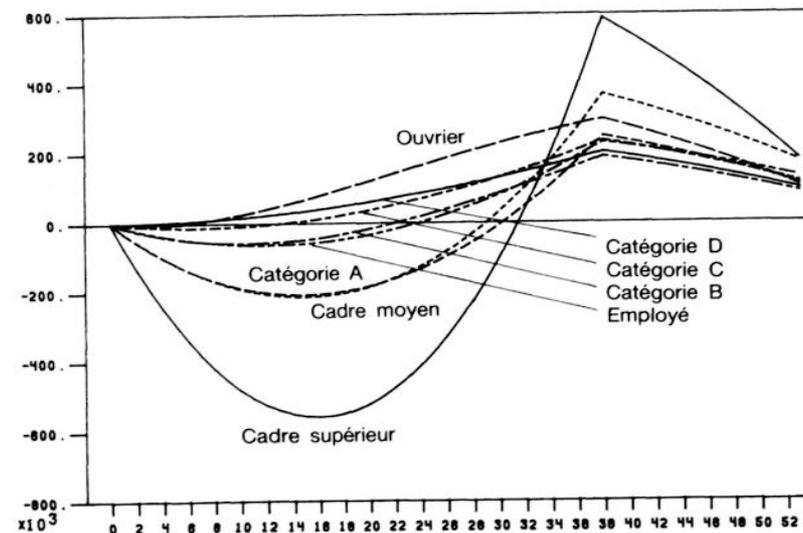
Source : Calculs OFCE.



12. Profil d'accumulation des agents, pour un taux d'actualisation de 3 %, en francs 1985



13. Profil d'accumulation des agents, pour un taux d'actualisation de 1,5 %, en francs 1985



14. Profil d'accumulation des agents, pour un taux d'actualisation nul, en francs 1985

Considérons enfin un taux d'actualisation nul. Choisissons toujours le même héritage. Sur le graphique 14 figure pour chaque catégorie le profil de l'actif. La valeur maximum de la dette des agents est donnée en troisième colonne du tableau 3. L'endettement est toujours trop important pour la plupart des catégories. Cependant les ouvriers ne s'endettent quasiment plus et les fonctionnaires catégorie D plus du tout.

Le modèle à deux taux d'intérêt

Introduire une différence entre le taux d'emprunt et le taux de placement rend la résolution du problème d'optimisation nettement plus difficile. Le lecteur intéressé trouvera la résolution dans F. Charpin [1988]. Nous allons indiquer ici uniquement les résultats.

Plusieurs régimes peuvent se rencontrer selon les valeurs des différents taux du modèle, taux d'emprunt r_B , taux de placement r_L et taux d'actualisation δ . Nous gardons la valeur 3 % pour le taux de placement.

Dans le premier régime (R1) l'agent s'endette de 0 à τ , et accumule après la date τ . Pendant la période d'endettement sa consommation croît au taux constant $\gamma_B = (r_B - \delta) / a$ et durant la période d'accumulation au taux $\gamma_L = (r_L - \delta) / a$. Pendant la retraite sa consommation reste constante comme précédemment.

Dans le deuxième régime (R2) l'agent s'endette de 0 à τ , garde un actif nul de τ à θ et accumule après la date θ . Pendant les périodes d'endettement $[0, \tau]$ et d'accumulation $[\theta, 38]$ sa consommation croît aux taux γ_B et γ_L ; pendant la période intermédiaire $[\tau, \theta]$ l'agent n'épargne pas, puisque son actif reste nul, et sa consommation est contrainte à être égale à son revenu.

Dans le troisième régime (R3) l'agent ne peut ni s'endetter, ni accumuler sur une période $[0, \theta]$ et garde donc un actif nul; il accumule après la date θ . Pendant la période $[0, \theta]$, l'agent n'épargne pas et sa consommation est contrainte à être égale à son revenu; ensuite elle croît au taux γ_L jusqu'à la retraite. Après elle reste constante jusqu'à la fin de la vie.

Il faut déterminer pour quelles valeurs des taux ces régimes apparaissent, puis trouver les dates τ et θ . On démontre que le régime (R3) apparaît si le taux d'emprunt r_B est trop élevé, supérieur à un taux limite ρ dont l'expression est $\rho = -\lambda\mu a + \delta$. Ce taux limite est fonction du paramètre a de la fonction d'utilité, du taux d'actualisation de l'agent et du taux de croissance en $t=0$ du revenu $(-\lambda\mu)$, (si le revenu croissait au taux constant g , alors on aurait tout simplement $\rho = a g + \delta$). Donc si $r_B > \rho$ l'agent ne souhaite plus s'endetter. Il consomme alors l'intégralité de son revenu jusqu'en θ et commence à épargner après.

Le régime (R2) apparaît si le taux r_B est compris entre un taux r_B^* et ρ . La valeur du taux d'emprunt est encore trop élevée et la consomma-

tion commence à être contrainte à rester égale au revenu. Nous verrons que dans ce régime l'agent n'est quasiment plus endetté, de sorte que c'est le taux r_B^* qui constitue la véritable limite à l'endettement. Pour s'en convaincre, avant toute simulation numérique, il suffit de penser au cas où le taux de croissance du revenu est constant, alors $r_B^* = \rho = a g + \delta$ et dans ce cas le régime (R2) n'existe pas. L'existence d'un régime intermédiaire (R2) résulte donc uniquement de la concavité des profils de salaire. Dans ce cas r_B^* est d'un ordre de grandeur voisin de la valeur $a g_m + \delta$ où g_m est le taux de croissance moyen du revenu sur la période d'activité ⁽⁷⁾, tandis que ρ se calcule avec le taux de croissance en $t=0$ du revenu, soit un taux nettement plus élevé que le taux moyen.

Enfin le régime (R1) apparaît si le taux d'emprunt r_B n'est pas trop élevé, c'est-à-dire inférieur à r_B^* ; alors l'agent peut s'endetter et sa consommation n'est pas contrainte.

C'est en examinant comment varie le taux r_B^* en fonction des valeurs du paramètre (a) de la fonction d'utilité (et dans une moindre mesure comment varie ρ), que nous allons pouvoir dire que $a=3$ semble une valeur convenable. Dans le tableau 4 figurent les valeurs des taux ρ , r_B^* (en gras) et de la date θ (en italique), en fonction du paramètre a . Cette date est indépendante de la valeur choisie pour le taux r_B et se détermine en même temps que r_B^* . Elle mesure la durée pendant laquelle la consommation est égale au revenu lorsque l'agent ne peut pas s'endetter. Pour les calculs du tableau 4 on a choisi la valeur intermédiaire de 1,5 % du taux d'actualisation de l'agent.

Rappelons que les taux du tableau 4 sont des taux réels.

4. Valeurs des taux limite et de la date θ en fonction du paramètre a

	a=2			a=2,5			a=3			a=4		
	ρ	r_B^*	θ	ρ	r_B^*	θ	ρ	r_B^*	θ	ρ	r_B^*	θ
Privé :												
Cadres supérieurs	19,3	9,3	19,5	23,8	11,1	20,4	28,2	13,0	20,9	37,1	16,8	21,6
Cadres moyens ..	15,7	8,0	18,9	19,3	9,4	20,1	22,8	10,8	20,9	30,0	13,9	21,6
Employés	12,9	7,0	14,5	15,7	8,0	16,3	18,6	9,0	17,5	24,3	11,2	18,9
Ouvriers	11,1	7,7	5,6	13,4	8,4	7,2	15,8	9,2	8,4	20,6	10,8	10,1
Public :												
Catégorie A	10,3	6,8	19,5	12,5	8,0	20,8	14,8	9,2	21,6	19,2	11,7	22,5
Catégorie B	7,7	5,6	18,0	9,2	6,4	20,0	10,8	7,3	21,1	13,8	9,1	22,4
Catégorie C	6,0	4,9	13,9	7,2	5,6	16,7	8,3	6,3	18,3	10,6	7,7	20,0
Catégorie D	4,6	4,2	9,8	5,3	4,8	13,9	6,1	5,3	16,2	7,6	6,5	18,5

Source : Calculs OFCE.

(7) Cette approximation est d'autant plus vraie que la concavité est faible ; par exemple pour le secteur public l'écart entre les deux calculs est inférieur à 1 %, la vraie valeur étant toujours supérieure à la valeur approchée. Pour le privé la valeur approchée sous-estime la vraie valeur de 1 à 2 %.

La valeur $a=2$ donne des taux r_B^* nettement trop faibles, inférieurs à 9,3 %. Par exemple, pour un taux d'emprunt de 10 %, avec $a=2$, on lit dans le tableau 5 que seuls les cadres supérieurs et moyens du privé s'endettent, respectivement de 37 000 F et 6 000 F, au maximum. Or un taux d'emprunt réel de 10 % est une valeur actuellement raisonnable, pour le crédit à la consommation.

La valeur $a=4$ conduit par contre à des taux r_B^* plutôt trop élevés (tableau 4), et à des niveaux d'endettement au taux 10 %, relativement importants (tableau 5). C'est pourquoi le choix $a=3$ semble raisonnable.

On observe dans le tableau 4 que l'écart entre les deux taux limites peut être très grand. Comme on l'a dit, il l'est d'autant plus que la concavité du profil de revenu est forte. Dans le secteur public l'écart est faible, car les profils sont plus linéaires. A l'exception des cadres supérieurs du privé et du public, on peut considérer que si le taux d'emprunt est supérieur à r_B^* l'endettement est négligeable. Le tableau 5 fournit une illustration de ce fait, toutes les cases où figurent ~ 0 correspondent au régime (R2) dans lequel l'agent s'endette encore, mais très faiblement. Par contre les cases où figurent 0 correspondent au régime (R3) dans lequel l'endettement n'est plus possible.

5. Endettement maximum pour un taux d'emprunt de 10 %, en fonction du paramètre a , en francs 1985

	a=2	a=3	a=4
Privé :			
Cadres supérieurs	37 030	157 290	295 170
Cadres moyens	6 010	39 320	87 620
Employés	≈ 0	7 330	20 420
Ouvriers	≈ 0	1 530	5 100
Public :			
Catégorie A	≈ 0	12 330	58 930
Catégorie B	0	≈ 0	5 350
Catégorie C	0	0	≈ 0
Catégorie D	0	0	0

Source : Calculs OFCE.

C'est également la forte concavité qui explique les valeurs données dans le tableau 4 pour les ouvriers du privé. Les taux y sont élevés relativement à ceux des autres catégories. Mais la durée de l'endettement ou la date θ sont par contre très faibles. Le tableau 5 nous permet de voir que l'endettement des ouvriers est nettement plus faible que celui des employés, alors que les valeurs des taux du tableau 4 sont voisines pour ces deux catégories et alors même que le salaire de départ des ouvriers est plus élevé que celui des employés. L'examen simultané des tableaux 4 et 5 est donc fructueux pour bien interpréter les données du tableau 4.

Intéressons nous maintenant à la date θ du tableau 4. Lorsque le taux d'emprunt est supérieur au taux limite r_B^* , θ représente la date à

partir de laquelle l'agent commence à épargner. Si le taux d'emprunt est inférieur au taux r_B^* , l'agent sera endetté jusqu'à une date τ , qui sera nécessairement supérieure à θ . Donc il commencera à épargner à une date ultérieure. Ainsi pour $a=3$ et un taux d'emprunt de 10 %, le tableau 4 montre que les fonctionnaires commencent à épargner après 21 ans de vie active (catégories A et B), 18 ans (catégorie C) et 16 ans (catégorie D). Dans le privé les ouvriers commencent à épargner après 8 ans de vie active et les employés après 18 ans. Pour les cadres du privé, on sait que la durée est supérieure à 20,9 ans, les calculs montrent qu'elle vaut respectivement 25 ans pour les cadres supérieurs et 22 ans pour les cadres moyens.

Lorsque le taux d'emprunt est supérieur au taux limite ρ , par exemple le taux 10 % pour les catégories C et D du secteur public, alors la consommation de ces agents est égale à leur revenu pendant une durée θ , respectivement égale à 18 et 16 ans. Cette phase sans épargne apparaît aussi lorsque le taux d'emprunt est compris entre r_B^* et ρ ; pour un taux d'emprunt très légèrement supérieur à r_B^* , elle dure très peu de temps ; par contre pour un taux d'emprunt approchant ρ elle dure environ θ .

L'existence de phase sans épargne est fondamentale à mettre en évidence comme nous l'avons dit. Elle permet de redonner un rôle au revenu courant dans la détermination de la consommation. Les profils de consommation ne sont plus indépendants des profils de revenu, au moins pour certains agents.

Nous allons maintenant fournir sur les graphiques 15 à 22, les profils de consommation revenu et actif de chaque agent pour : $a=3$, un taux d'emprunt de 10 %, un taux d'actualisation de l'agent de 1,5 % et l'héritage habituel ⁽⁸⁾. Le célèbre profil d'accumulation en cloche apparaît alors pour tous les agents. Les graphiques sont tracés avec des échelles différentes, mais on a rassemblé dans le tableau 6 les niveaux maximum d'accumulation, atteints à la fin de la vie active, permettant ainsi les comparaisons entre les catégories. On a rappelé dans ce même tableau les valeurs des héritages.

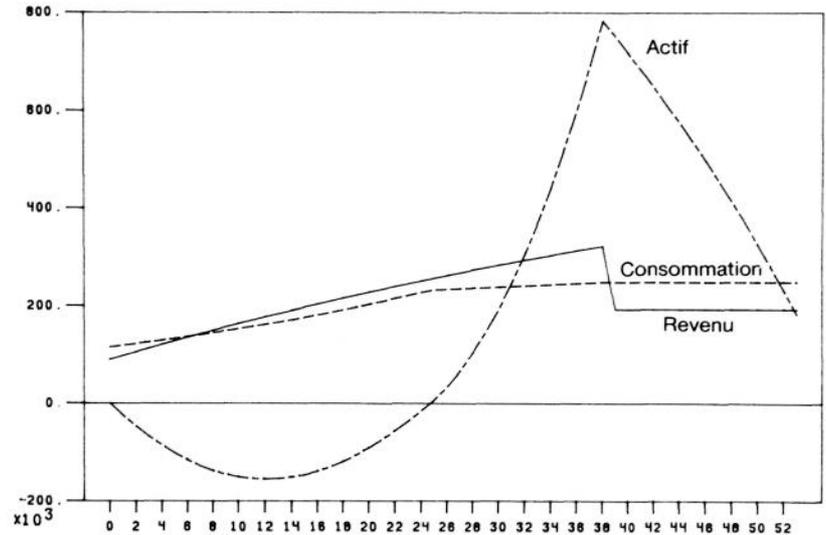
Au taux d'emprunt de 3 % (graphique 13) le modèle dit qu'un cadre supérieur du privé s'endette massivement et n'accumule pas. Au taux d'emprunt de 10 %, graphique 15, le modèle entraîne qu'il s'endette encore mais raisonnablement, tout de même pendant 25 ans, mais qu'après cette période il accumule notablement pour garder pendant sa retraite le niveau de consommation qu'il avait en fin de vie active et pour constituer un héritage. Pendant les 25 premières années, sa consommation croît au rythme de 2,8 % l'an, ensuite jusqu'à la retraite au taux de 0,5 % l'an, enfin elle reste constante.

Le modèle dit qu'un cadre moyen du privé ne renonce pas à emprunter au taux 10 % (graphique 16). L'endettement va même durer 22 ans, mais il sera faible, environ dix fois moins qu'au taux d'emprunt 3 % (tableau 3). Il y a trois rythmes de consommation, les mêmes que

(8) Le tableau 4 a été établi pour un modèle sans héritage. L'existence d'un héritage relève le taux r_B^* d'environ 0,2 % ; la date θ est plus faible, elle baisse d'un an à trois ans maximum.

15. Profils de consommation, revenu actif d'un cadre supérieur du privé, au taux d'emprunt 10 %, en francs 1985

Secteur privé : cadre supérieur



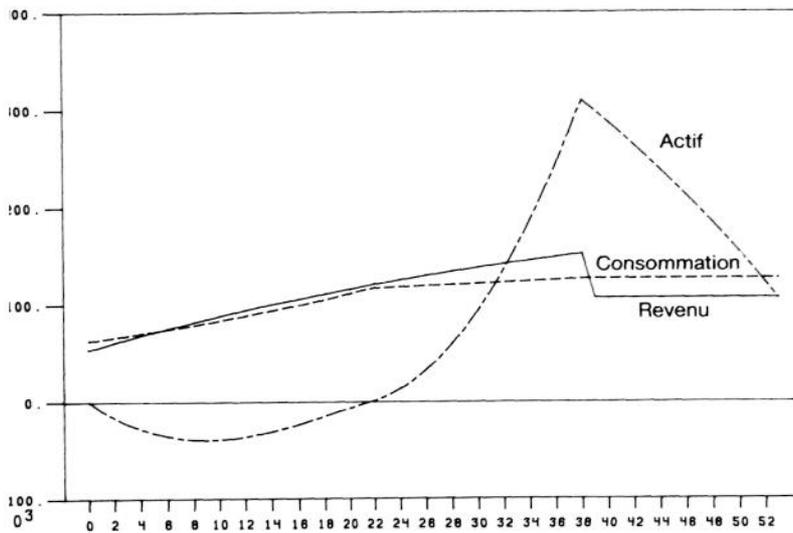
6. Accumulation maximum et héritage, en francs 1985

	Actif en t=38	Héritage
Privé :		
Cadres supérieurs	783 190	179 760
Cadres moyens	309 420	108 240
Employés	174 360	84 240
Ouvriers	227 780	102 000
Public :		
Catégorie A	414 230	172 560
Catégorie B	209 690	128 880
Catégorie C	184 070	113 760
Catégorie D	148 280	93 600

Source : Calculs OFCE.

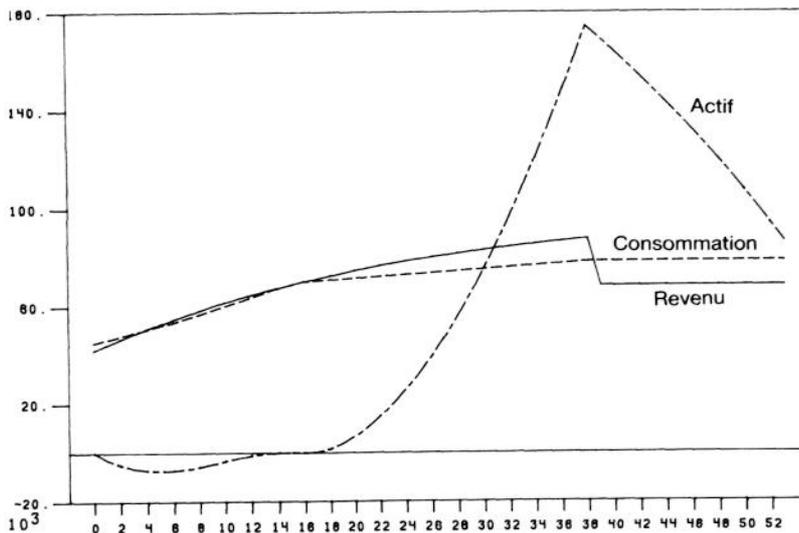
précédemment. A la fin de la vie active le modèle donne comme accumulation, en vue de la retraite et de l'héritage à léguer, un montant inférieur à la moitié de celui accumulé par le cadre supérieur (tableau 6).

Le modèle dit qu'un employé et un ouvrier (graphiques 17 et 18) trouvent le taux 10 % un peu trop élevé pour s'endetter sérieusement. L'endettement obtenu pour l'employé est faible, il faudra 14 ans pour le rembourser et ensuite il se passera 2 ans sans que l'agent puisse épargner ; il reste alors 12 ans pour accumuler en vue de la retraite et pour constituer un héritage. L'accumulation est environ deux fois plus faible que celle du cadre moyen et un peu plus faible que celle de l'ouvrier. Le modèle donne un endettement très faible pour l'ouvrier ; le remboursement de la dette prend 7 ans, et presque immédiatement après une phase d'épargne commence ; à l'issue d'une longue période d'accumulation relativement aux autres catégories, l'actif à la fin de la vie est plus important que celui de l'employé, mais l'héritage aussi.



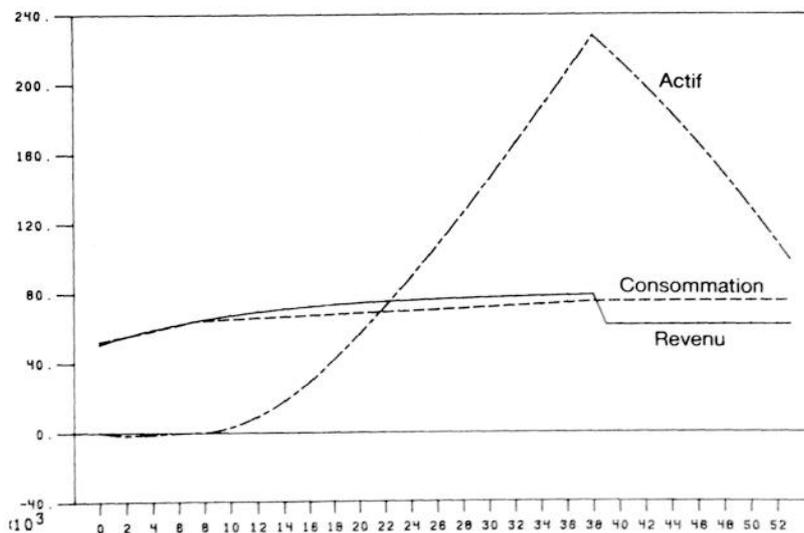
16. Profils de consommation, revenu actif d'un cadre moyen du privé, au taux d'emprunt 10 %, en francs 1985

Secteur privé : cadre moyen



17. Profils de consommation, revenu actif d'un employé du privé, au taux d'emprunt 10 %, en francs 1985

Secteur privé : employé

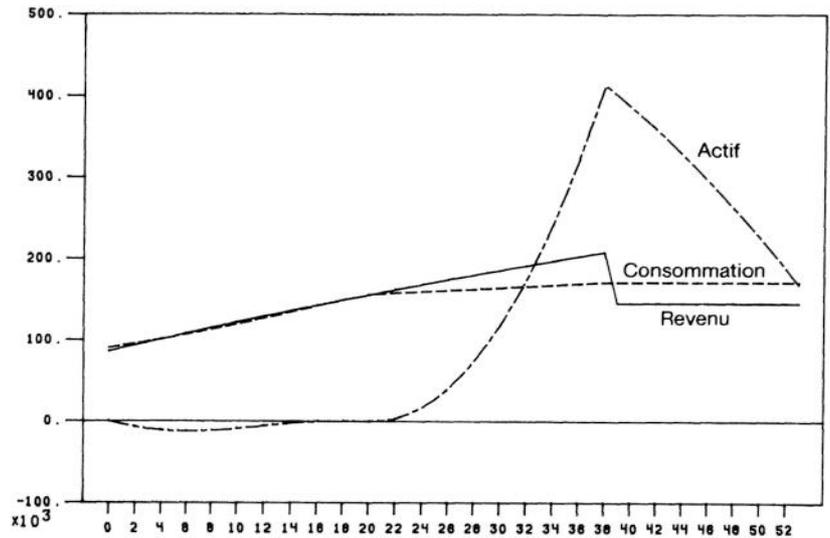


18. Profils de consommation, revenu actif d'un ouvrier du privé, au taux d'emprunt 10 %, en francs 1985

Secteur privé : ouvrier

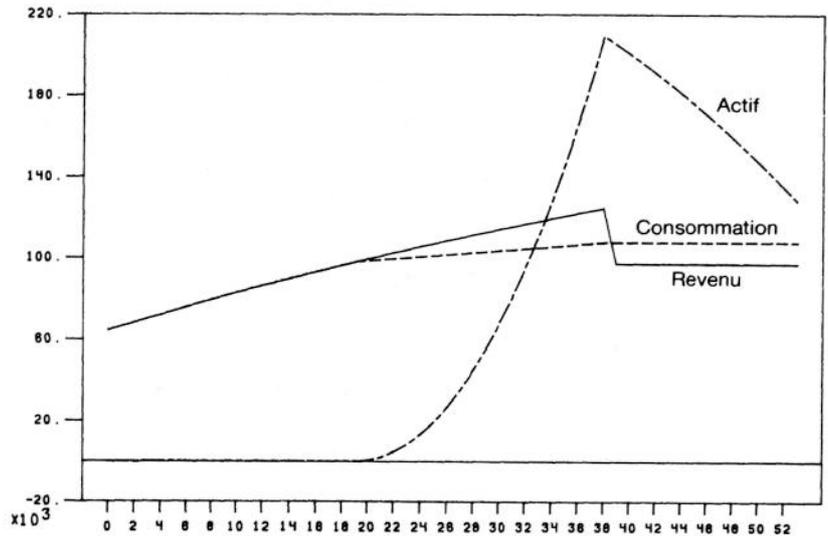
19. Profils de consommation, revenu actif d'un fonctionnaire catégorie A, au taux d'emprunt 10 %, en francs 1985

Secteur public :
catégorie A



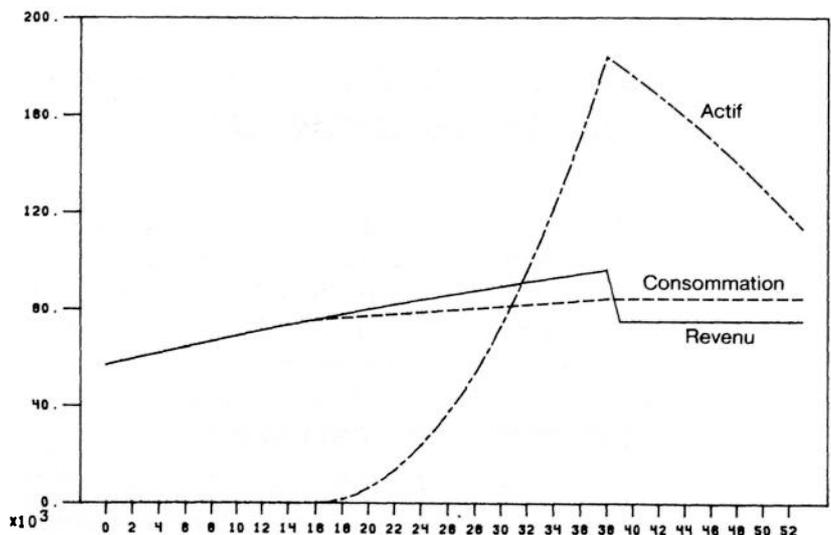
20. Profils de consommation, revenu actif d'un fonctionnaire catégorie B, au taux d'emprunt 10 %, en francs 1985

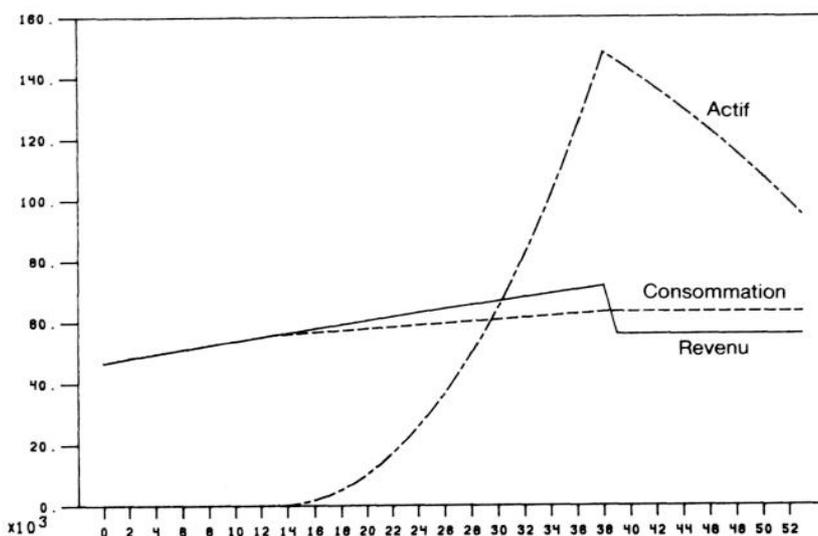
Secteur public :
catégorie B



21. Profils de consommation, revenu actif d'un fonctionnaire catégorie C, au taux d'emprunt 10 %, en francs 1985

Secteur public :
catégorie C





22. Profils de consommation, revenu actif d'un fonctionnaire catégorie D, au taux d'emprunt 10 %, en francs 1985

Secteur public :
catégorie D

Pour le cadre supérieur du secteur public le modèle dit que le taux 10 % contraint l'agent à s'endetter faiblement (graphique 19) ; le remboursement de la dette dure 17 ans ; ensuite pendant une période de 3-4 ans l'épargne est nulle. L'accumulation à la fin de la vie active vaut la moitié de celle du cadre supérieur du privé.

Pour les trois autres catégories de fonctionnaires on trouve qu'à 10 % l'endettement n'est plus possible (graphiques 20 à 22). Au taux 3 % il l'était, même pour la catégorie D, où l'emprunt allait jusqu'à 28 800 F. Ils consomment l'intégralité de leur revenu pendant 19 ans pour l'agent B, 16 ans pour l'agent C et 13 ans pour l'agent D. Après cette période contrainte d'une durée relativement longue, la phase d'accumulation en vue de la retraite commence. La consommation croît alors au taux de 0,5 % l'an. Juste avant la retraite le modèle donne un montant d'actif allant de 150 000 F à 210 000 F (tableau 6) selon l'agent.

Les implications macroéconomiques du modèle de cycle de vie

Partant de comportements individuels, il est très difficile d'en voir les conséquences au niveau macroéconomique. Modigliani [1986] énumère un certain nombre d'implications qu'il déduit plus ou moins rigoureusement du célèbre profil individuel d'accumulation (figure 1, page 25 de l'article cité), et d'observations empiriques faites au cours des 30 dernières années. Les principales conséquences de l'hypothèse de cycle de vie sont d'après lui :

- l'indépendance entre le taux d'épargne d'un pays et son revenu par tête ;

— la liaison positive entre le taux d'épargne et le taux de croissance à long terme de l'économie (le taux d'épargne étant nulle pour une croissance nulle) ;

— la baisse du rapport richesse/revenu lorsque le taux de croissance de l'économie augmente (ce rapport atteignant son maximum pour une économie sans croissance) ;

— l'indépendance entre le taux d'épargne et le taux d'intérêt.

Par curiosité on a voulu savoir quels résultats macroéconomiques donnerait le modèle à deux taux d'intérêt présenté ici. Pour cela on a effectué des simulations en agrégeant les comportements des différents agents tels qu'ils sont décrits au paragraphe précédent. En effet on connaît le poids de chaque catégorie socio-professionnelle et aussi la distribution par âge de la population. Ceci permet de calculer le taux d'épargne et le rapport richesse/revenu d'une économie fictive, constituée uniquement de salariés et, telle que dans chaque catégorie la distribution par âge soit identique à celle de la population française en 1985. C'est une économie fictive pour plusieurs raisons. Des raisons mineures : il n'y a pas uniquement des salariés mais aussi des travailleurs indépendants et la répartition par âge doit vraisemblablement différer entre les catégories d'agent ; une raison majeure : l'économie est constituée de familles et non pas d'individus. Cependant les profils de revenu des familles ne seront jamais statistiquement accessibles, si bien qu'il faut se contenter de profils individuels. Mais nous n'attendons pas de nos simulations qu'elles nous donnent des *niveaux* acceptables du taux d'épargne et du rapport richesse/revenu. Nous nous intéressons à la manière dont varient ces rapports en fonction de diverses hypothèses. Les niveaux obtenus sont faibles eu égard aux niveaux auxquels nous sommes habitués. Mais les concepts ne sont pas les mêmes, il s'agit ici d'une épargne financière.

D'abord, si on multiplie tous les revenus par un même facteur, taux d'épargne et rapport actif sur revenu ne varient pas, car les profils des agents en indice restent inchangés et tous les niveaux (consommation, revenu et actif) sont multipliés par ce facteur. Le taux d'épargne et le rapport actif/revenu ne dépendent pas du niveau du revenu par tête des agents. Pour le taux d'épargne, c'est un résultat que les économètres énoncent depuis longtemps.

Autre résultat qui constitue la base de tout travail économétrique sur le taux d'épargne : le taux d'épargne doit croître avec le taux de croissance de l'économie. Nous avons dit au début de cet article que les profils de salaire considérés étaient des profils de carrière, hors conjoncture économique. Que se passerait-il maintenant si l'expansion économique entraînait une progression autonome de tous les salaires de 0,5 % l'an ? Pour répondre à cette question nous avons résolu le modèle à deux taux d'intérêt avec un nouveau profil de revenu des agents, le profil (4) obtenu en multipliant le profil (1) par un facteur de croissance, de taux instantané 0,5 % :

$$(4) \quad Y(t) = Y(0) [\mu e^{-\lambda t} + 1 - \mu] e^{0,005 t} \quad \text{pour } t \in [0,38]$$

Dans le tableau 7 figure les résultats de l'agrégation des comportements individuels donnés par le modèle II, avec deux hypothèses de croissance économique, croissance nulle et croissance 0,5 % l'an et deux hypothèses pour l'héritage, pas d'héritage ou un héritage ayant la valeur habituelle. Dans les deux cas le taux réel de placement est 3 %, le taux réel d'emprunt 10 % et le taux d'actualisation des agents est de 1,5 %.

La simulation S1 (pas d'héritage, pas de croissance) donne un taux d'épargne presque nul de 0,67 % et un rapport actif/revenu de 0,440. Si la croissance de l'économie est de 0,5 % (simulation S2), le taux d'épargne s'élève à 1,55 % et le rapport actif/revenu décroît considérablement 0,240, confirmant les résultats énoncés par Modigliani.

Les simulations S3 et S4 sont identiques aux précédentes, mais avec un héritage. Le taux d'épargne s'élève de 1,77 à 2,59 % lorsque la croissance de l'économie passe de 0 à 0,5 % l'an et le rapport actif/revenu décroît, allant de 0,704 à 0,448.

Le rôle de l'héritage apparaît en comparant S1 à S3 ou S2 à S4. Le taux d'épargne et le rapport actif/revenu augmente avec l'héritage.

7. Taux d'épargne et actif/revenu en fonction du taux de croissance de l'économie et de l'importance de l'héritage

	Croissance économique	Héritage	Taux d'épargne en %	Actif/revenu
S1	0	0	0,67	0,440
S2	0,5	0	1,55	0,240
S3	0	2 fois le revenu initial	1,77	0,704
S4	0,5	2 fois le revenu initial	2,59	0,448

Source : Calculs OFCE.

Deux facteurs gouvernent donc le taux d'épargne et le rapport actif/revenu : la croissance économique et l'importance des legs. Cependant nous avons raisonné à système de retraite donné. Comme les agents du modèle de cycle de vie épargnent en vue de leur retraite, si les taux de remplacement sont plus bas, ils devront épargner plus. Au niveau agrégé le taux d'épargne et le rapport actif/revenu seront plus élevés. Autre variation dont le sens est d'avance connu, si la proportion de retraité augmente, alors le taux d'épargne diminuera. Pour ce qui est du rapport actif/revenu le sens de variation est *a priori* moins évident ; on constate qu'il augmente et d'autant plus fortement que l'héritage est plus élevé.

Que peut-on dire maintenant des relations entre taux d'épargne et taux d'intérêt ? Remarquons d'abord que le modèle de cycle de vie comporte trois taux (placement, emprunt et actualisation). A l'évidence

ces taux sont liés et on peut se demander si cela a un sens d'en faire varier un seul, les autres restants constants. Les hypothèses à faire pour d'éventuelles simulations ne sont donc pas évidentes.

On sait par ailleurs qu'une hausse d'un taux d'intérêt a deux effets de sens opposé : un effet revenu (les intérêts à recevoir ou à verser sont plus élevés) et un effet de substitution (différer sa consommation est avantageuse soit parce que l'épargne est mieux rémunérée ou parce que l'emprunt nécessaire à la consommation présente est trop coûteux). Le sens de l'effet résultant dépend du choix de la fonction d'utilité.

Nous avons tout de même fait quelques calculs, dont les résultats sont donnés dans le tableau 8. Les simulations peuvent être rapprochées de la simulation S1 du tableau 7, car elles correspondent à une économie sans croissance et sans héritage.

On voit dans le tableau 8, complété par la simulation S1 du tableau 7, qu'une augmentation du taux de placement, les autres taux étant maintenus constants, fait baisser le taux d'épargne et croître le rapport actif sur revenu (simulations S5, S1 et S6). Une augmentation du taux d'emprunt, les autres taux étant maintenus constants, a exactement les mêmes effets (simulations S7, S1 et S8). Avec la fonction d'utilité retenue ici, l'effet revenu domine l'effet de substitution.

8. Taux d'épargne et actif/revenu en fonction des taux d'intérêts

	Taux de placement en %	Taux d'emprunt en %	Taux d'épargne en %	Actif/revenu
S5	2	10	1,30	0,350
S6	4	10	0,00	0,605
S7	3	8	1,17	0,330
S8	3	12	0,41	0,511

Source : Calculs OFCE.

Signalons également qu'une augmentation simultanée du taux de placement et du taux d'actualisation de l'agent, laissant la différence inchangée, n'a aucun effet sur le taux d'épargne et entraîne une légère baisse du rapport actif/revenu. Au niveau individuel cette variante consiste à laisser inchangé le taux de croissance de la consommation pendant la phase d'accumulation. Pour terminer on a constaté qu'une augmentation de 2 % des trois taux d'intérêt entraîne une baisse du taux d'épargne et une constance du rapport actif/revenu.

Enfin on peut calculer la proportion d'agent dont la consommation est, dans notre économie fictive, déterminée par le revenu. Pour un taux d'emprunt de 10 %, cette proportion est de 17,1 %.

Conclusion

La mise en œuvre numérique de la théorie du cycle de vie est une expérience riche d'enseignements. Elle permet de voir qu'un modèle trop simple, à un seul taux d'intérêt, induit un endettement excessif des agents. Elle montre que pour limiter l'endettement il n'est pas nécessaire d'ajouter au modèle l'une contrainte exprimant que l'agent ne peut pas dépasser un certain niveau de dette. Un moyen plus naturel, et tout à fait efficace, consiste à introduire un coût à l'emprunt. Les comportements donnés alors par le modèle à deux taux paraissent raisonnables. Pour certains agents les profils de consommation ne sont plus déconnectés du profil de leur revenu.

La force du modèle de cycle de vie est de se prêter aux extensions. Cet article en présente une. D'autres sont possibles, concernant l'incertitude dans la durée de vie, les revenus futurs et les taux d'intérêt. Cependant chaque extension introduit des complications mathématiques qui limitent les possibilités d'enrichissement du modèle.

Références bibliographiques

- BABEAU André, [1985], *La fin des retraites ?*, Hachette, Pluriel.
- CHARPIN Françoise, [1988], Les contraintes de liquidité dans la théorie du cycle de vie, document de travail OFCE n° 88-04, octobre 1988
- DAVIES James B., [1981], Uncertain Lifetime, Consumption, Dissaving in Retirement, *Journal of Political Economy*, vol. 89, n° 3.
- FOURNIER Jean-Yves, [1986], Les carrières des fonctionnaires : une approche par le GVT, *Economie et statistique*, n° 191, septembre 1986.
- FOURNIER Jean-Yves, [1988], Les salaires dans le secteur privé de 1968 à 1982 : des progressions surtout catégorielles pour les manuels, surtout individuelles pour les cadres et les employés, *Economie et statistique*, n° 210, mai 1988.
- KESSLER Denis, MASSON André, [1979], Transmission, accumulation et immobilité intergénérationnelles des patrimoines, *Consommation* n° 3-4 .
- MODIGLIANI Franco, [1986], Cycle de vie, épargne individuelle et richesse des nations, *Revue française d'économie*, vol. 1, n° 2.
- SKINNER Jonathan, [1985], Variable Lifespan and the Intertemporal Elasticity of Consumption, *The Review of Economics and Statistics*, novembre 1985.

ANNEXE

Modèle I

$$\text{Max} \int_0^T e^{-\Delta t} U(C) dt$$

$$\dot{A} = r A + Y - C$$

$$A_0 = 0 \text{ et } A_T \text{ donné}$$

avec :

T fin de la vie, N fin de la période d'activité ;

C consommation ;

Y revenu ;

A actif ;

r taux d'intérêt réel ;

Δ taux d'actualisation de l'agent ici $\Delta = \delta$ sur $[0, N]$ et $\Delta = r$ sur $[N, T]$.

Modèle II

$$\text{Max} \int_0^T e^{-\Delta t} U(C) dt$$

$$\dot{L} - \dot{B} = r_L L - r_B B + Y - C$$

$$L_0 = 0, B_0 = 0, B_T = 0 \text{ et } L_T \text{ donné}$$

$$L \geq 0$$

$$B \geq 0$$

avec :

r_L taux réel de placement ;

r_B taux réel d'emprunt ;

L montant du placement ;

B montant de l'endettement.