

# LES RÉSEAUX SOCIAUX D'AUJOURD'HUI

## UN MONDE DÉCIDÉMENT BIEN PETIT

Michel Forsé

---

Dans une expérimentation devenue un classique, Stanley Milgram avait montré en 1969 qu'il suffisait en moyenne de 6 liaisons (transitant donc par 5 intermédiaires) pour relier deux inconnus aux États-Unis. Ces six degrés de séparation avaient été confirmés par d'autres études mais portant elles aussi sur des petits effectifs. L'avènement des réseaux sociaux sur l'Internet a récemment permis de se demander ce qu'il en était cette fois à très grande échelle. Or les études portant sur la messagerie instantanée de *Microsoft*, *Twitter* ou *Facebook* ont vérifié et même amplifié l'hypothèse du petit monde. Ainsi, en analysant les 69 milliards de liens entre les 721 millions d'individus s'étant connectés à *Facebook* en mai 2011, il apparaît qu'en moyenne la distance (ou nombre de degrés) séparant deux utilisateurs choisis au hasard sur la planète vaut 4,7. Différentes explications du petit monde sont examinées dans cet article (liens faibles entre *clusters*, présence de *hubs* selon une structure libre d'échelle) et apparaissent en fin de compte plutôt complémentaires.

*Mots-clés* : Réseaux sociaux, Petit monde, Six degrés de séparation, Clusters, Hubs, Invariance d'échelle, Liens faibles, Messagerie instantanée, Twitter, Facebook.

---

Chacun a sans doute au moins une fois expérimenté personnellement la petitesse du monde. On rencontre un parfait inconnu et l'on s'aperçoit que l'on a une connaissance en commun. Des chercheurs de plusieurs disciplines scientifiques en ont tiré une formulation de ce qu'il est convenu d'appeler le « problème du petit monde » : combien d'intermédiaires sont suffisants pour relier deux personnes choisies au hasard dans une large population ? Quelle est la probabilité que ce nombre soit 0, 1, 2, ...,  $k$  ?

## 1. Les premières expérimentations

Stanley Milgram<sup>1</sup> (Milgram, 1967 ; Travers et Milgram, 1969) a dès les années 1960 mis au point une expérimentation permettant de trouver des éléments de réponse empirique à cette question. Le schéma en est relativement simple. À chaque personne d'une population de départ (100 choisies au hasard dans le Nebraska, 96 à Boston, et 100 sélectionnées parce que possédant des actions, à nouveau dans le Nebraska), on demande d'ache-miner par la poste un dossier vers un individu-cible dont certaines de ses caractéristiques sont fournies (son âge, le collège où il a fait ses études, sa ville de résidence près de Boston, le fait qu'il est agent de change, etc.). Mais elle ne peut envoyer le dossier qu'à une personne qu'elle connaît personnellement. Comme cela a peu de chances d'être le cas pour ce qui est de l'individu-cible, on lui demande d'envoyer ce dossier à une de ses connaissances dont elle pense qu'elle pourra le faire progresser vers cet individu. Par exemple, comme elle sait qu'il est agent de change, elle peut envoyer le document à une amie qui travaille dans une banque. Ensuite, on redemande la même chose à la personne qui reçoit le dossier jusqu'à que celui-ci arrive à destination. La question était (notamment) de savoir combien il faudrait d'intermédiaires pour que le document parvienne au destinataire. Le résultat fut édifiant. Parmi les 64 chaînes qui ne se sont pas rompues (c'est-à-dire où personne n'a refusé en recevant le dossier d'envoyer à son tour ce dossier), il n'a fallu, dans l'expérience de 1969, que 5,2 intermédiaires en moyenne pour atteindre l'individu-objectif. L'hypothèse du petit monde se confirmait dans une société pourtant aussi vaste que celle des États-Unis. Comme l'avait pronostiqué dès 1929 le romancier hongrois Frigyes Karinthy<sup>2</sup>, cela donnait bien en moyenne *six degrés de séparation* (les « traits » dans le dessin ci-

---

1. C'est aussi lui, rappelons-le, qui a mis au point une expérience sur la soumission à l'autorité (Milgram, 1974) dont les résultats ont connu une large diffusion et ont ensuite été popularisés grâce au film de Costa Gravas, « I comme Icare », où cette expérience joue un rôle important dans le scénario.

2. Dans sa nouvelle intitulée *Chaînes* publiée (dans un recueil dont le titre est *Tout est différent*) à Budapest en 1929, il écrivait : « L'un de nous suggéra de préparer l'expérience suivante afin de prouver que la population de la planète est plus proche ensemble maintenant qu'elle ne l'a jamais été dans le passé. Nous devrions sélectionner n'importe quelle personne parmi les 1,5 milliard d'habitants de la planète – n'importe qui, n'importe où. Il nous paria qu'en n'utilisant pas plus de cinq individus, l'un d'entre eux étant une connaissance personnelle, il pourrait contacter l'individu choisi en ne recourant qu'au réseau des connaissances personnelles. »

dessous) entre deux individus  $X$  et  $Y$ . On dit aussi que la distance séparant  $X$  et  $Y$  vaut 6.

$$X - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - Y$$

Des travaux plus formels de modélisation avaient précédé cette expérimentation. Un article de Ray Solomonoff et Anatol Rapoport (1951) livre une première étude systématique de ce qu'on appelle aujourd'hui un graphe aléatoire en analysant la faible connexité. En 1960, Paul Erdős et Alfréd Rényi publient un article sur ce type de graphe qui montre, entre autre, que sa connexité émerge non pas graduellement mais soudainement<sup>3</sup>. Le lien avec le problème du petit monde est fait dans un document de travail rédigé en 1958 (*Contacts and Influence*) mais publié seulement en 1978 par Ithiel de Sola Pool et Manfred Kochen. Leur modèle emprunte à la théorie des graphes aléatoires. Ils se demandent notamment si une structure où les individus sont répartis en diverses strates sociales est susceptible d'altérer leur conclusion quant à la petitesse d'un monde aléatoire. Eux-mêmes surpris de leur résultat, ils concluent que cette stratification n'a qu'un effet modéré sur la longueur d'une chaîne entre deux individus quelconques. Autrement dit, entre un réseau aléatoire et un réseau stratifié, la longueur d'une chaîne séparant deux individus pris au hasard n'est pas très différente. Ces travaux et d'autres du début des années 1960 (Rapoport et Horvarth, 1961 ; Gurevitch, 1961) sont bien sûr connus de Milgram et ce sont d'ailleurs eux qui l'ont incité à mettre au point l'expérimentation résumée ci-dessus. Il faut à cet égard souligner qu'elle met en évidence non seulement la petitesse du monde mais aussi que les individus peuvent l'utiliser si besoin. Elle permet en outre de conclure que la proximité géographique réduit davantage la longueur des chaînes de communication qu'une information sur la profession de l'individu à atteindre<sup>4</sup>.

3. Pour un graphe aléatoire  $G(n,p)$  où  $n$  est le nombre de sommets et  $p$  la probabilité qu'un sommet soit connecté à un autre, si  $p$  est inférieur  $(1 - \epsilon) \ln n / n$  alors le graphe est presque sûrement non connexe (il y a des sommets isolés), en revanche lorsque  $p$  est supérieur à cette valeur, le graphe est presque sûrement connexe. Autrement dit, le ratio  $\ln n / n$  est un seuil critique pour la connexité d'un graphe aléatoire.

4. Le nombre moyen d'intermédiaires passe de 4,4 à Boston, à 5,4 pour les actionnaires du Nebraska et à 5,7 pour les habitants de ce même Etat mais choisis au hasard. La différence entre le chiffre de Boston et les autres est significative, mais elle ne l'est pas entre les deux chiffres du Nebraska. La proximité spatiale (l'individu-cible est un agent de change qui habite une banlieue de Boston) réduit donc la longueur des chaînes, alors que ce ne n'est pas le cas lorsqu'on s'arrange pour faire jouer un rôle plus important à l'information sur la profession de l'individu à atteindre.

Des études ultérieures (Kochen, 1989) ont montré que la valeur moyenne trouvée – 5 intermédiaires ou 6 degrés de séparation – était assez stable, même lorsqu'on faisait varier beaucoup plus fortement les différences entre caractéristiques des échantillons de départ. À l'échelle de la planète dans son entier, des modèles mathématiques et des simulations informatiques (Rapoport et Yuan, 1989) permettaient de penser qu'il n'était pas besoin « de plus de 10 ou 12 liens de connaissances [au maximum] pour mettre en relation n'importe quel individu avec n'importe quel autre (le terme 'connaissance' signifiant ici : connaître et être connu de vue et de nom). » Il faut noter que ces modèles ont trouvé des applications méthodologiques, par exemple en statistique pour ce qui concerne les échantillons biaisés (constitués par « boule de neige ») ou pour estimer la taille d'une population dont un comptage exhaustif est inenvisageable.

Dès lors, l'expression « six degrés de séparation » (Barabási, 2002 ; Watts, 2003 ; Newman, Barabási et Watts, 2006) va trouver dès les années 1990 un écho bien au-delà du milieu universitaire. Des sites y sont dédiés sur le Web depuis 1997. En 1990, John Guare publie une pièce intitulée « *Six degrés de séparation* ». Il en tire un film sous le même titre en 1993. Une série télévisée américaine, « *Six degrees* », s'en suivra, puis, dans la même veine, *Lost* et *Lonely Planet Six Degrees*. Plus récemment, plusieurs films, comme *My Date with Drew* ou *Babel*, utiliseront encore l'idée des six degrés de séparation.

En 2001, une expérimentation est menée dans le but de répliquer celle de Milgram mais en utilisant cette fois le courrier électronique. Peter Dodds, Roby Muhamad et Duncan Watts (2003) demandent à 61 168 personnes réparties dans 166 pays d'envoyer un courriel à un individu-cible inconnu d'elles (il y avait en fait 18 cibles possibles résidant dans 13 pays et les informations les concernant étaient à peu près les mêmes que celles données par Milgram). Parmi ces personnes, 24 163 enverront un premier message mais, du fait des désistements des individus contactés, seulement 384 chaînes, soit à peine 1,6 %, atteindront un individu-objectif. La distance moyenne n'est pour ces chaînes que de 4,05 (avec une variance faible), ce qui est peu, mais le taux d'attrition (98,4 %) est tel que cette statistique doit être prise avec beaucoup de prudence (les chaînes les plus courtes étant celles qui

ont le plus de chances d'arriver à destination). En utilisant un modèle supposant une attrition aléatoire, les auteurs de cette expérience estiment que, si toutes les chaînes étaient parvenues à une cible, la longueur moyenne aurait été comprise entre 5 et 7 (cette longueur s'élevant d'autant plus que les individus sont éloignés géographiquement de la cible). En reposant sur des imputations extrêmement nombreuses, cette fourchette n'a toutefois elle aussi qu'une valeur indicative. Ce protocole d'investigation ne sera d'ailleurs plus retenu par la suite. Se basant sur des nombres de chaînes complètes qui ne sont en fait guère plus élevés mais avec une attrition plus forte que dans le cas de Milgram, Watts et ses collègues valident malgré tout l'hypothèse du petit monde. Ils montrent en outre que ce sont leurs amis (67 %) plutôt que leurs parents (10 %) ou collègues (9 %) que les enquêtés ont contacté dans l'ensemble des messages envoyés ; les liens étant qualifiés par les enquêtés de « plutôt proches ». À l'inverse, en se restreignant aux chaînes qui ont abouti, ils constatent que les liens professionnels ont été plus efficaces que les liens de parenté ou amicaux et qu'en ce cas ils étaient décrits comme « non proches » ou « occasionnels ». Ceci confirme – nous y reviendrons – « la force des liens faibles » selon l'expression de Mark Granovetter (1973), en tous cas leur efficacité pour la connexité sociale. Au départ des chaînes, les enquêtés disent avoir choisi le destinataire de leur courriel en raison de sa proximité géographique avec l'individu-cible puis, lorsque les chaînes devenaient plus longues, en raison de sa proximité professionnelle. Ils ont rarement choisi un individu parce qu'ils pensaient qu'il avait lui-même beaucoup de relations. Il est cependant clair que la structure du réseau n'est pas tout et que sans une incitation forte les individus n'utilisent pas spontanément les potentialités du petit monde.

Malgré tout, il reste que jusqu'à la fin des années 2000 aucune expérimentation de très grande ampleur, c'est-à-dire impliquant des millions d'individus et évitant une attrition élevée, n'avait pu être menée pour valider le résultat de Milgram. La plupart ne portaient que sur de petits échantillons par ailleurs non représentatifs.

## 2. Les réseaux sociaux de l'Internet à l'échelle de la planète

### 2.1. La messagerie instantanée

Le succès des réseaux sociaux sur l'Internet va radicalement changer la donne. La première étude touchant un nombre très élevé d'individus est menée en 2006 par Jure Leskovec et Éric Horvitz (2007) à partir du système de messagerie instantanée de *Microsoft* (*Microsoft Messenger*). Ils rassemblent des données sur 30 milliards de conversations entre 240 millions d'individus. Sur cette base, ils construisent un graphe de communication comportant 180 millions de sommets (les individus) et 1,3 milliards de liens non-orientés entre eux. Ils montrent tout d'abord que le graphe est bien connecté et que cette connexion résiste au retrait d'un nombre important d'individus. Le nombre moyen de degrés de séparation (ou distance moyenne) entre deux individus quelconques (choisis au hasard) est dans ce graphe de 6,6. À cet égard, certains ont pu parler d'une nouvelle théorie des « sept degrés de séparation ». Néanmoins, si cette distance est un peu plus élevée qu'attendue (et surtout que celle que des études ultérieures des réseaux sociaux révéleront), c'est peut-être en raison du fait que les données ont été construites sur la base d'une période d'observation de 30 jours (juin 2006). D'un côté, cela suffit à conduire aux chiffres gigantesques relevés, mais d'un autre cela reste une période relativement courte au cours de laquelle il est certain que bien des amis n'ont pas eu recours à *Microsoft Messenger* pour communiquer entre eux et ont utilisé d'autres moyens, électroniques ou non, à leur disposition. Quoi qu'il en soit, les messages échangés au cours de cette période ont eu tendance à l'être entre des individus de même âge, langue ou lieu de résidence. À l'inverse, ils concernent plus souvent des personnes de sexe différent et, en ce cas, les conversations durent plus longtemps.

### 2.2. Twitter

Une deuxième étude de très grande extension a porté sur *Twitter*. Les utilisateurs peuvent en effet y suivre d'autres utilisateurs (lire les mini-messages adressés à tous les « *followers* ») en ayant eux-mêmes des amis suiveurs. Ils créent ainsi un vaste réseau s'étendant sur l'ensemble de la planète. Une analyse de ce réseau réalisée par la firme *Sysomos* (Alex Cheng, 2010) a montré que

la distance moyenne calculée sur la base de 5,2 milliards de tels échanges valait 4,67. En chiffre rond, il faudrait donc parler de 5 degrés de séparation. C'est d'ailleurs la distance la plus commune : 41 % des utilisateurs sont exactement à cette distance de leurs « amis ». Vient ensuite la distance 4 qui concerne 37 % des utilisateurs. En pourcentages cumulés, 44 % sont séparés par une distance 4 ou plus petite, 85 % par une distance inférieure ou égale à 5 et 98 % par une distance inférieure ou égale à 6. Autrement dit, à 5 degrés ou moins, quasiment tous les utilisateurs de *Twitter* peuvent être en contact. Le monde est donc plus petit sur ce réseau social qu'on pouvait le penser jusqu'alors.

Ce résultat a été confirmé par Reza Bakhshandeh, Mehdi Samadi, Zohreh Azimifar et Jonathan Schaeffer (2011) qui ont travaillé sur une sélection aléatoire de 1 500 utilisateurs de *Twitter* et ont calculé que la distance moyenne les séparant valait 3,44.

### 2.3. Facebook

Le succès rencontré par *Facebook* et son très grand nombre d'utilisateurs depuis qu'il s'est ouvert en 2006 à toute personne au-delà des communautés étudiantes de départ en faisait bien évidemment aussi un terrain d'investigation particulièrement intéressant pour continuer de tester l'hypothèse du petit monde à l'échelle de la planète.

Les difficultés n'étaient toutefois pas minces pour entreprendre un tel test. Au-delà des autorisations nécessaires d'accès au fichier, il fallait recourir à des algorithmes très optimisés pour parvenir à traiter des données aussi gigantesques. L'ensemble à analyser comportait en effet environ 721 millions d'individus (nombre d'utilisateurs s'étant connectés à *Facebook* en mai 2011 et y ayant au moins un ami), soit plus de 10 % de la population mondiale de plus de treize ans (âge minimum pour ouvrir un compte sur *Facebook*), avec pas moins de 69 milliards de liens entre ces individus. Il s'agit là du plus grand réseau jamais étudié à ce jour. Dans ces conditions, les méthodes utilisées dans les années 1980 ou 1990 pour traiter des réseaux sociaux de quelques dizaines ou même centaines d'individus étaient inopérantes<sup>5</sup>.

---

5. Même avec les algorithmes optimisés (HyperANF servant pour les processus de diffusion et LLP pour la compression) utilisés par les physiciens de l'Université de Milan, il fallait bien sûr aussi des ordinateurs puissants, en l'occurrence un processeur 24-cœurs avec 72 Gb de mémoire vive.

Le jeu en valait la chandelle. Les résultats des analyses publiés récemment (Backstrom, Boldi, Rosa, Ugander et Vigna, 2011 ; Ugander, Karrer, Backstrom et Marlow, 2011) confirment et même renforcent ce que l'on pouvait attendre quant au petit monde à la lumière des travaux antérieurs.

Tout d'abord les statistiques individuelles sont éloquentes. Un individu a en moyenne 190 amis<sup>6</sup>, la médiane valant 99. La variance est très élevée. Si les petits réseaux de 2 ou 3 personnes sont rares, on peut à l'autre extrême atteindre quelques centaines, voire parfois milliers d'« amis » (la limite étant fixée à 5 000 par *Facebook*). Bien sûr ces « amis » ne sont pas tous des proches ou des liens forts ou stables ; mais c'est peut-être précisément ce qui fait l'intérêt de *Facebook* pour l'étude du problème du petit monde que d'incorporer aussi des liens faibles. Les personnes ayant un très grand nombre d'amis sont en tous cas en position de jouer le rôle de *hub* (plateforme d'échange, comme dans les réseaux de transport). Si l'on regarde comment se répartit la distribution des nombres d'amis (proportion d'individus  $p_k$  en fonction du nombre  $k$  d'amis), on se trouve confronté à une courbe qui décroît de façon monotone. En portant cette courbe sur un graphique log-log, on constate qu'elle est clairement incurvée et ne correspond pas à une droite. Contrairement à ce que certains modèles théoriques envisagent (Barabási et Albert, 1999), la distribution des amis ne suit donc pas une loi puissance ou de type parétien ( $p_k = k^{-\alpha}$  avec  $\alpha > 0$ ). Elle ne suit d'ailleurs pas davantage une loi normale comme le supposerait un réseau aléatoire.

Dans le graphe de *Facebook*, il n'existe pas un chemin entre toute paire d'individus. Ce n'est pas une unique composante connexe – figure qui se définit précisément par le fait qu'il existe toujours au moins un chemin entre toute paire de sommets. Néan-

---

6. On peut noter que ce nombre moyen se situe dans le haut de la fourchette donnée par le « nombre de Dunbar » (Dunbar R., 1992, Neocortex size as a constraint on group size in primates, *Journal of Human Evolution*, 22 (6), 469-493). Sur la base de nombreuses données concernant d'ailleurs aussi bien des humains que des primates, Robin Dunbar pense que des limites cérébrales ne permettent de maintenir des relations stables qu'avec, au maximum, entre 100 et 230 individus. Une étude récente du réseau de Twitter (380 millions de tweets dont sont extraits 25 millions de conversations entre 1,7 million d'individus) valide également cette fourchette en montrant que les relations réciproques et durables sur ce réseau trouvent une limite maximum se situant aux alentours de 150 à 200 contacts par individu (Gonçalves B., Perra N., Vespignani A., 2011, Modeling user's activity on Twitter networks : Validation of Dunbar's number, *PLoS ONE*, Vol. 6, no. 8: e22656, 5 p.).



moins, s'il y a plusieurs composantes connexes, beaucoup sont très petites. Ainsi, la deuxième plus grande composante connexe ne compte encore que 2 000 individus (ce qui reste petit) et du coup la plus grande composante connexe rassemble 99,9 % des utilisateurs de *Facebook*. Dans l'écrasante majorité des cas, il existe donc un chemin susceptible de relier deux individus.

Dans ce contexte, la distance moyenne entre utilisateurs de *Facebook* vaut 4,7. En se restreignant à ceux qui habitent les États-Unis, elle n'est plus que de 4,3<sup>7</sup>. L'hypothèse du petit monde est donc clairement validée et même amplifiée puisque le monde des amis « digitaux » est encore plus petit que celui mis en évidence par Milgram. Et, à nouveau, la proximité géographique réduit sensiblement la longueur moyenne d'une chaîne entre deux individus.

Une analyse plus poussée du réseau selon la nationalité des participants montre que les relations se font majoritairement à l'intérieur des frontières nationales (c'est le cas en moyenne pour 84,2 % d'entre elles).

L'effet du genre sur l'amitié est moins saillant que celui constaté précédemment à propos de la messagerie instantanée. Les femmes ont un peu plus d'ami(e)s (198) que les hommes (172), et les deux ont un peu plus d'amies que d'amis. Mais les différences ne sont pas très fortes et s'il y a bien une certaine préférence pour une homophilie selon le genre, elle reste faible.

L'homophilie selon l'âge est par contre extrêmement nette. Que ce soit à 20, 30, 40, 50 ou 60 ans, on a tendance à avoir des amis du même âge. Toutefois, cette homophilie diminue au fur et à mesure que l'âge s'élève. Autrement dit, la variance des âges des amis augmente avec le vieillissement. Les jeunes ont tendance à avoir des amis dans une plage très étroite autour leur propre âge, mais si cette plage s'élargit nettement au fur et à mesure que l'on vieillit, ce n'est cependant jamais au point de faire totalement disparaître une préférence pour des amis du même âge.

---

7. On remarquera que ces chiffres ne correspondent pas au résultat de la formule théorique (Watts et Strogatz, 1998) donnant la longueur moyenne d'une chaîne aléatoire dans un treillis en effectuant le rapport entre le log du nombre d'individus et le log de leur nombre moyen de relations.

### 3. Discussion

Bien sûr, les amis sur *Facebook* ou *Twitter* n'ont pas les mêmes caractéristiques que les amis vus en face à face. Même si les deux se recoupent et qu'il est de moins en moins pertinent de vouloir dissocier fortement les « liaisons numériques » des « relations réelles » (Casilli, 2010), l'ajout d'amis sur son mur reste une démarche beaucoup plus rapide que le fait de nouer une amitié effective. Le réseau des amis « digitaux » est plus étendu et comporte beaucoup plus de liens faibles que celui des amis sur qui l'on peut par exemple vraiment compter en cas de coup dur (Bidart, 1997) ou à qui l'on peut faire des confidences intimes (Ferrand et Mounier, 1993) ou, plus simplement, que l'on voit régulièrement. Il n'est donc pas étonnant que le monde soit plus petit sur l'Internet que lorsqu'il s'agit seulement de relations en face à face. Il n'empêche que les recherches récentes sur des échantillons très vastes et s'étendant sur toute la planète ont largement validé l'hypothèse du petit monde. Certes, les mesures varient selon les études. Mais il n'est peut-être pas très raisonnable de vouloir définitivement chiffrer la longueur moyenne d'une chaîne entre deux inconnus. Elle dépend du contexte, comme on vient de le voir. On sait qu'elle se situe quelque part entre 4 et 7 degrés de séparation et cela suffit à admettre la petitesse du monde compte tenu du nombre très élevé d'individus en jeu.

Ce phénomène n'est d'ailleurs pas dans l'absolu contre-intuitif. Supposons qu'un individu ait 100 amis et que ceux-ci aient comme lui chacun 100 amis (soit à peu près la valeur médiane trouvée dans le cas de *Facebook*). Notre individu peut atteindre 10 000 personnes à la distance 2, 1 million à la distance 3 (si chacune de ces 10 000 personnes a aussi 100 amis), 100 millions à la distance 4 et la planète entière à la distance 5. Le problème est que ce raisonnement ne tient aucun compte des recouvrements importants qui existent dans la réalité : une bonne partie des amis de mes amis sont déjà mes propres amis. Un réseau social (comme de nombreux autres réseaux dans d'autres domaines) ne correspond ni à un graphe aléatoire (nous avons vu que dans le cas de *Facebook* la distribution des nombres d'amis ne suit pas une loi normale), ni à un treillis. Les individus s'y rassemblent en fonction de leurs affinités, intérêts, valeurs, parenté, etc. et forment des cercles ou groupes divers (*clusters*). L'adage « qui se ressemble

s'assemble » a été maintes fois vérifié (Degenne et Forsé, 1999). C'est un premier élément de réalité dont il faut tenir compte si l'on veut modéliser les réseaux complexes du petit monde. Un deuxième élément, tout aussi important, tient au fait que les nombres de relations des individus ont une variance très élevée. Les moyennes cachent des situations très contrastées entre ceux qui n'ont que quelques amis et ceux, moins nombreux, qui en ont des centaines, voire des milliers. Il est cependant probable que les relations entre ces deux (pour être réducteur) types d'individus suivent une certaine logique.

L'hypothèse d'un réseau correspondant à un modèle hiérarchique « libre d'échelle » (*scale-free*) a été introduite dès la fin des années 1990. À chaque niveau (international, national, local), on trouverait une hiérarchie similaire entre quelques individus jouant le rôle de *hub* et d'autres conduisant à moins de relations. Un individu ne serait alors jamais très loin d'un *hub* susceptible de le mettre rapidement en relation avec un individu quelconque. Mais si, comme on l'a vu dans le cas de *Facebook*, la distribution des amis ne suit pas une loi puissance, il semble que ce modèle à *lui seul* ne suffise pas à rendre compte de la réalité. Il repose (Barabási et Albert, 1999) en effet sur l'idée que la distribution des nombres de liens des individus connectés au sein d'un réseau suit une loi puissance ou de type parétien. De même la structure empirique ne suit pas une loi de Poisson. On sait aujourd'hui concilier l'hypothèse du petit monde avec celle d'une structure fractale (Rozenfeld, Song et Makse, 2010 ; Song C., Havlin S. et Makse H., 2005) qui suppose<sup>8</sup> que la distribution des liens suive une loi puissance (voire une loi de Poisson). Les algorithmes existent pour évaluer la structure fractale d'un réseau complexe (Kim J. S., Goh, Kahng et Kim D., 2007). Il reste cependant que les cas réels ne suivent que de manière plutôt lointaine ces structures auto-similaires à invariance d'échelle.

En fait, il faut aussi tenir compte de ce qu'un réseau est constitué de *clusters* (Watts et Strogatz, 1998) ou groupes à l'inté-

---

8. Les fractales étudiées par Benoît Mandelbrot (1982) sont liées à ses propres travaux sur la loi de Lévy (aussi appelée loi de Lévy-Mandelbrot) qui est de la famille des fonctions puissance ou de type parétien. La dimensionnalité fractale des processus de Lévy est par ailleurs bien documentée (cf. par exemple : Seshadri V., West B., 1982, Fractal dimensionality of Lévy processes, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, Vol. 79, no. 14, 4501-4505).

rieur desquels les liens sont plutôt forts et entre lesquels ils sont plutôt faibles. D'où cette « force de ces liens faibles » (Granovetter, 1973), déjà rencontrée plus haut dans l'expérimentation basée sur des courriels, puisque ce sont ces liens faibles qui assurent la connexité globale du réseau – ou plus généralement la cohésion macrosociale – et qu'ils ont une efficacité empirique réelle, par exemple lorsqu'il s'agit de rechercher un emploi (Granovetter, 1974 ; Forsé, 1997). Or, si des individus proches (appartenant au même groupe ou à des groupes eux-mêmes proches) sont reliés par des liens forts, ils n'ont besoin que de très peu d'intermédiaires pour se connecter. Et, s'ils appartiennent à des groupes différents ou distants, il faudra des liens faibles pour assurer cette connexion – liens faibles qui existent effectivement et sont utilisés lorsque de besoin. La chaîne sera un peu plus longue mais (et c'est là la découverte du « petit monde ») *pas beaucoup plus longue*, surtout s'ils permettent d'accéder à un *hub*, ce qui est loin d'être improbable dans une structure même très approximativement « libre d'échelle » ou « fractale ».

Au total, au lieu d'opposer les deux explications du petit monde (*hubs* et *clusters*), il faut plutôt chercher à les combiner, comme d'ailleurs on cherche à le faire depuis quelques années. Au premier abord, l'idée d'un réseau composé de groupes d'individus fortement connectés entre eux avec seulement quelques liens faibles vers d'autres groupes semble incompatible avec l'idée d'un modèle où un petit nombre de *hubs* irradient à travers tout le réseau. On peut cependant soutenir que ces deux structures sont loin d'être exclusives l'une de l'autre. Un réseau peut être à la fois hautement structuré en *clusters* et relever d'une certaine invariance d'échelle si des petits groupes de sommets fortement interconnectés sont connectés à des groupes plus larges et dont la cohésion est plus faible. À nouveau un tel modèle, à la fois structuré en groupe et hiérarchique, favorise le phénomène du petit monde (Barabási et Bonabeau, 2003). Il s'applique d'ailleurs à des réalités très variées : réseau informatique, réseau des pages Web, réseau cellulaire en biologie ou en téléphonie, réseau de neurones, réseau de transports divers, diffusion de maladies en épidémiologie ou de virus en informatique, etc. C'est pourquoi il fait peu de doute que les recherches à la fois théoriques et empiriques vont se poursuivre

en ce sens pour permettre une meilleure compréhension du petit monde, dont plus personne ne nie la réalité.

D'ores et déjà les travaux sur le petit monde ont fait progresser les connaissances sur la topologie des réseaux vastes et complexes. La technique de *page ranking* d'un moteur de recherche comme *Google* s'appuie directement sur ces travaux. Toutefois, comme les expérimentations l'ont aussi montré, cette topologie n'est pas tout. Tout d'abord, les connexions peuvent avoir des coûts ou des utilités différentes dont il faut tenir compte. Les relations doivent alors être pondérées en fonction de ces coûts. Des modèles récents incorporent cette dimension (Barrat Barthelemy, Pastor-Satorras et Vespignan, 2003). Mais surtout, il faut que les individus puissent se saisir des opportunités que leur permet la topologie du petit monde. C'est bien sûr possible et ce fut d'ailleurs le cas encore récemment. Les mobilisations massives lors du « printemps arabe » de 2011 par exemple ont reposé, au moins en partie, sur une utilisation des réseaux sociaux et ceux-ci n'auraient certainement pas eu les mêmes effets en termes de diffusion des informations s'ils n'avaient pas été structurés comme le prévoit le modèle du petit monde<sup>9</sup>. Gageons qu'à l'avenir et en d'autres occasions, il est très probable que des individus puissent à nouveau tirer parti de la petitesse du monde pour réaliser les objectifs qu'ils se seront fixés.

## Références bibliographiques

- Backstrom L., Boldi P., Rosa M., Ugander J., Vigna S., 2011 (version révisée en 2012), *Four degrees of separation*, Cornell University Library Archives (ArXiv), <http://arxiv.org/abs/1111.4570>.
- Bakhshandeh R., Samadi M., Azimifar Z., Schaeffer J., 2011, Degrees of separation in social networks, *Fourth Annual Symposium on Combinatorial Search*, AAAI Publications, <http://www.aaai.org/ocs/index.php/SOCS/SOCS11/paper/view/4031>.
- Barabási A.-L., Albert R., 1999, *Emergence of scaling in random networks*, Cornell University Library Archives (ArXiv), <http://arxiv.org/abs/cond-mat/9910332>.

---

9. De manière plus anecdotique et éphémère, on peut aussi se souvenir des « apéritifs géants » qui ont réuni des milliers de participants en 2010 grâce à de simples messages sur *Facebook*.

- Barabási A.-L., 2002, *Linked: The new science of networks*, Boulder, Perseus Books.
- Barabási A.-L., Bonabeau E., 2003, Scale-free networks, *Scientific American*, May no. 5, pp. 50-59.
- Barrat A., Barthelemy M., Pastor-Satorras R., Vespignani A., 2003, The architecture of complex weighted networks, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 101 (11), arXiv: <http://arxiv.org/abs/cond-mat/0311416>, 3747-3752.
- Bidart C., 1997, *L'amitié, Un lien social*, Paris, La Découverte.
- Caselli A., 2010, *Les liaisons numériques, Vers une nouvelle sociabilité ?*, Paris, Le Seuil.
- Cheng A., 2010, Six degrees of separation, Twitter style, *Sysomos Inc.*, <http://www.sysomos.com/insidetwitter/sixdegrees/>.
- Degenne A., Forsé M., 1999, *Introducing social networks*, London, Sage (Kindle ebook).
- Dodds P. S., Muhamad R., Watts D. J., 2003, An experimental study of search in global social networks, *Science*, Vol. 301, pp. 827-829.
- Erdős P., Rényi, A., 1960, The evolution of random graphs, *Magyar Tud. Akad. Mat. Kutató Int. Közl.*, 5, pp. 17-61.
- Ferrand A., Mounier L., 1993, L'échange de paroles sur la sexualité: une analyse des relations de confiance, *Population*, 5, pp. 1451-1476.
- Forsé M., 1997, Capital social et emploi, *L'Année Sociologique*, 47-1, pp. 143-181.
- Granovetter M. S., 1973, The strength of weak ties, *American Journal of Sociology*, 78, pp. 1360-1380.
- Granovetter M. S., 1974, *Getting a job: a study of contacts and careers*, Cambridge, Harvard University Press.
- Gurevitch M., 1961, *The social structure of acquaintanceship networks*, PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, Dept. of Economics, 1961.
- Kim J. S., Goh K.-I., Kahng B., Kim D., 2007, A box-covering algorithm for fractal scaling in scale-free networks, *Chaos*, Vol. 17, doi:10.1063/1.2737827, 6 p.
- Kochen M. (ed.), 1989, *The small world*, Norwood, Ablex Publishing Company.
- Leskovec J., Horvitz E., 2007, *Planetary-Scale Views on an Instant-Messaging Network*, Cornell University Library Archives (ArXiv), <http://arxiv.org/abs/0803.0939>.
- Mandelbrot B., 1982, *The Fractal Geometry of Nature*, San Francisco, Freeman.
- Milgram S., 1967, The small world problem, *Psychology Today*, 2 (1), pp. 60-67.

- Milgram S., 1974, *Obedience to authority, An experimental view*, New York, Harper & Row. Traduit en français par Molinié E., 1974, *Soumission à l'autorité*, Paris, Calmann-Lévy.
- Newman M., Barabási A.-L., Watts D. (eds.), 2006, *The structure and dynamics of networks*, Princeton and Oxford, Princeton University Press.
- Rapoport A., Horvath W. J., 1961, A study of a large sociogram, *Behavioral Science*, 6, pp. 279-291.
- Rapoport A., Yuan Y., 1989, Some experimental aspects of epidemics and social nets, in M. Kochen (ed.), 1989, *The small world*, Norwood, Ablex Publishing Company, pp. 327-348.
- Rozenfeld H. D., Song C., Makse H., 2010, The small world-fractal transition in complex networks through renormalization, *Physical Review Letters*, 104 (2), 4 p.
- Travers J., Milgram S., 1969, An experimental study of the small world problem, *Sociometry*, 32(4), 425-443. Traduit en français par Forsé M. : Une étude expérimentale du problème du petit monde, in Mendras H. et Oberti M. (eds.), 2000, *Le sociologue et son terrain*, Paris, Arman Colin, pp. 230-241.
- Sola Pool I. de, Kochen M., 1978, Contacts and Influence, *Social Networks*, 1, pp. 5-51.
- Solomonoff R., Rapoport A., 1951, Connectivity of random nets, *Bulletin of Mathematical Bio-Physics*, 13, pp. 107-117.
- Song C., Havlin S., Makse H., 2005, Self-similarity of complex networks, *Nature*, 433, pp. 392-395.
- Ugander J., Karrer B., Backstrom L., Marlow C., 2011, *The anatomy of the Facebook graph*, Cornell University Library Archives (ArXiv), <http://arxiv.org/abs/1111.4503>
- Watts D. J., 2003, *Six degrees: The science of a connected age*, New York, Norton.
- Watts D., Strogatz S., 1998, Collective dynamics of 'small-world' networks, *Nature*, 393, pp. 440-442.

